Cálculo integral – Ecuaciones diferenciales 2013-1

Taller 1

- Fecha de entrega: 7 de febrero 2013.
- Indique claramente en su hoja tanto su nombre como la sección de la clase complementaria[1] a la que pertenece. **Si el número de la sección no está claramente indicado, la tarea no será calificada.**

Problem 1. Evalúe los siguientes integrales:

(a) $\displaystyle\int e^x(x^2-2x+5)\,dx$, (b) $\displaystyle\int e^{-x}\sin(3x)\cos(x)\,dx$,

(c) $\displaystyle\int x(\sec x^2)^2(\tan x^2)^5\,dx$, (d) $\displaystyle\int_1^2 t\,\mathrm{arccsc}\,t\,dt$,

(e) $\displaystyle\int \sin(\sqrt{x})\,dx$, (f) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}dx$,

(g) $\displaystyle\int \sqrt{e^{3x}+e^{2x}}\,dx$, (h) $\displaystyle\int_{-\pi/2}^{-\pi/4}\sqrt{1+\cos x}\,dx$,

(i) $\displaystyle\int_{-6}^{-3}\frac{\sqrt{x^2-9}}{x}\,dx$. (j) $\displaystyle\int \frac{x^3-4x^2+3x-3}{x^3+5x^2+2x+10}\,dx$,

(k) $\displaystyle\int \frac{1}{(7x^2+5)^{3/2}}\,dx$, (l) $\displaystyle\int_0^{\pi/2}\frac{1}{\sin x+\cos x}\,dx$.

Problem 2. Explique por qué las siguientes integrales son impropias y determine si convergen o no.

(a) $\displaystyle\int_0^3 \ln x\,dx$, (b) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{(\arctan e^x)^3+(\sin 1/x)^2}{x\sqrt{x}+\arctan(x^2+1)}\,dx$, (c) $\displaystyle\int_0^\infty \sin x\,dx$.

Problem 3. Haga un bosquejo de las curvas dadas por $y=x\sqrt{9+16x^2}$, $y=5x$, y encuentre el área encerrada por ellas.

[1] Sec. 33: Sergio Camelo, 2-2:50; Sec. 34: Sergio Chaves, 2-2:50; Sec. 35: Luis Polanco, 3-3:50.

Problem 4. Muestre para $m, n \geq 1$

$$\int \frac{\sin^{n+1} x}{\cos^{m+1} x}\, \mathrm{d}x = \frac{1}{m} \frac{\sin^n x}{\cos^m x}\, \mathrm{d}x - \frac{n}{m} \int \frac{\sin^{n-1} x}{\cos^{m-1} x}\, \mathrm{d}x.$$

Problem 5. (a) Encuentre la longitud de la curva dada por

$$y = 5 - \frac{1}{3} \cosh 3x, \quad 0 \leq x \leq 2.$$

(b) Encuentre la longitud de la curva dada por

$$x = \frac{y^4}{4} + \frac{1}{8y^2}, \quad 1 \leq y \leq 3.$$

(c) Encuentre el área de superficie que se obtiene al rotar la curva

$$x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = 3 \qquad \text{entre los puntos } (4,1) \text{ y } (1,4)$$

alrededor del eje x.