Universidad de los Andes — Departamento de Matemáticas

Cálculo integral – Ecuaciones diferenciales 2012-2, Sec. 31

Taller 2

- Fecha de entrega: 7 de septiembre 2012.
- Indique claramente en su hoja tanto su nombre como la sección de la clase complementaria[1] a la que pertenece. Si el número de la sección no está claramente indicado, la tarea no será calificada.

Problem 1. Explique por qué las siguientes integrales son impropias y determine si convergen o no.

(a) $\displaystyle\int_3^\infty \sin x \,\mathrm{d}x$,

(b) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x - 1}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x$,

(c) $\displaystyle\int_{-\infty}^3 \frac{1+(\sin x)^2}{(1-x)^4}\,\mathrm{d}x$,

(d) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{x - 150(\ln x)^2}{x^2(\ln x)^2}\,\mathrm{d}x$,

(e) $\displaystyle\int_{-5}^\infty \frac{(\sin x)^{10}\,\mathrm{e}^{x^2-\cos\sqrt{|x|}} + \sec\frac{1}{x^2+1}}{\arctan(\mathrm{e}^x) + (\cos(1-x^4))^2}\,\mathrm{d}x$,

(f) $\displaystyle\int_0^5 \frac{(x^2-4x+4)^{-6/13}}{\sqrt[13]{(x^2+x-6)^2}}\,\mathrm{d}x$.

Problem 2. (a) Encuentre la longitud de la curva dada por

$$y = 5 - \frac{1}{3}\cosh 3x, \quad 0 \le x \le 2.$$

(b) Encuentre la longitud de la curva dada por

$$x = \frac{y^4}{4} + \frac{1}{8y^2}, \quad 1 \le y \le 2.$$

Problem 3. Encuentre el área de superficie que se obtiene al rotar la curva

$$y - \frac{1}{2}x^{\frac{1}{3}} = 0 \qquad \text{entre los puntos } (1, \tfrac{1}{2}) \text{ y } (8,1)$$

(a) alrededor del eje x,

(b) alrededor del eje y.

[1] Sec. 25: J. R. Romero, 11-11:50; Sec. 26: V. Bermúdez, 11-11:50; Sec. 27: V. Bermúdez, 12-12:50; Sec. 28: D. Perdomo, 12-12:50.

Los siguientes problemas son opcionales, y no afectarán la nota de este taller. En caso de entregarlos serán corregido como retroalimentación.

Problem 4.

(a) Encuentre las coordenadas polares de los puntos $(-1, 1)$, $(-14, 14\sqrt{3})$.

(b) Encuentre las coordenadas cartesianas de los puntos dados por $r = 4$, $\varphi = \pi$ y $r = 3$, $\varphi = 7\pi/6$.

Problem 5. Sean las curvas C_1 y C_2 dadas en coordenadas polares por

$$C_1 : \ r = 2\sin\varphi, \quad C_2 : \ r = 3\cos\varphi, \qquad \varphi \in \mathbb{R}.$$

(a) Haga un bosquejo de C_1 y C_2.

(b) Encuentre todos los puntos donde hay tangentes verticales o horizontales. Encuentre todos los puntos cuya tangente tiene un ángulo de 30 grados con el eje y.

(c) Encuentre el área encerrada por las dos curvas.

(d) Encuentre la longitud del arco que encierre el área del punto (c) .

Problem 6. La curva C sea dada por

$$x = \sin t, \quad y = \sin t \cos t, \qquad t \in \mathbb{R},$$

(a) Muestre que C se intersecta en $(0, 0)$ y da la fórmula para la(s) tangente(s) a la curva en este punto.

(b) Da la fórmula para la tangente a C en el punto $(\frac{1}{2}\sqrt{2}, \frac{1}{2})$.

(c) Calcule el área encerrada por C.