

Tarea 4

- Fecha de entrega: 9 de mayo, 2012.
- Indique claramente en su hoja tanto su nombre como la sección de la clase complementaria¹ a la que pertenece. **Si el número de la sección no está claramente indicado, la tarea no será calificada.**
- **Si usa algún teorema, explique claramente cual y porque es aplicable.**

Problem 1. Encuentre $\arg(8)$, $\arg(-8)$, $\arg(-\sqrt{3} - i)$.

Problem 2. Encuentre la parte real y la parte imaginaria de

$$(a) \frac{5 - 3i}{-4 + 3i}, \quad (b) i^{-7}, \quad (c) e^{2 \ln 2 + i \frac{7\pi}{6}}, \quad (d) (-\sqrt{3} - i)^3.$$

Problem 3. Encuentre todas las soluciones (complejas) de las siguientes ecuaciones:

- (a) $w^5 = 1$.
 (b) $w^3 + \sqrt{3} + i = 0$.
 (c) $w^3 - 2w + 4 = 0$. Ayuda: Una solución es $w = 1 - i$.

Problem 4. Encuentre la serie de Taylor de

- (a) $f(x) = (x^2 - 3x + 1)(x - 2)$ en $a = 2$,
 (b) $g(x) = \sin(x)$ en $a = \frac{\pi}{2}$,
 (c) $k(x) = \sqrt{1 + x}$ en $a = 0$.

Problem 5. Muestre que

$$\left| -\log(\cos x) - \frac{x^2}{2} \right| \leq \frac{\pi^3}{96} \quad \text{para } x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right].$$

Ayuda: Use la serie de Taylor de $f : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -\log(\cos x)$ para mostrar que

$$\left| -\log(\cos x) - \frac{x^2}{2} \right| \leq \frac{2}{3} |x|^3 \quad \text{para } x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right].$$

¹Sec. 12: J. Cruz, 5-5:50; Sec. 13: V. Bermúdez, 5-5:50;
 Sec. 14: V. Bermúdez, 11-11:50; Sec. 15: E. Torres, 11-11:50.

*Los siguientes problemas son opcionales, y no afectarán la nota de este taller.
En caso de entregarlos será corregido como retroalimentación.*

Problem 6. Encuentre la solución general de

(a) $y'' + 6y' + 13y = 0$,

(b) $y'' - 8y' + 16y = 0$,

(c) $3y'' - 12y' + 9y = 0$.

Problem 7. Encuentre la solución del problema de valor inicial

$$y'' - 4y' + 5y = e^x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

Problem 8. Encuentre la solución del boundary value problem

$$y'' - y = 4x^2 e^{3x}, \quad y(0) = y(1) = 0.$$

Problem 9. Encuentre la solución general de

$$y'' - y' - 2y = 10xe^{2x} \cos(x).$$