Universidad de los Andes   Departamento de Matemáticas

Cálculo integral – Ecuaciones diferenciales 2011-2

Taller 1

- Fecha de entrega: 19 de agosto 2011.
- Indique claramente en su hoja tanto su nombre como la sección de la clase complementaria[1] a la que pertenece. Si el número de la sección no está claramente indicado, la tarea no será calificada.

Problem 1. Evalúe los siguientes integrales:

(a) $\displaystyle\int_0^{\pi} e^{2t} \sin(t)\cos(t/2)\,dt,$ (b) $\displaystyle\int_1^{\pi^2} \cos\sqrt{x}\,dx,$

(c) $\displaystyle\int_0^1 x\sqrt{1-x^4}\,dx,$ (d) $\displaystyle\int_0^{\pi/4} (\sec x)^4(\tan x)^4\,dx,$

(e) $\displaystyle\int_{-\pi/4}^0 \sqrt{1+\cos x}\,dx,$ (f) $\displaystyle\int_{-1}^0 x^3\sqrt{1+x^2}\,dx,$

(g) $\displaystyle\int t\,\mathrm{arcsec}\,t\,dt,$ (h) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}\,dx,$

(i) $\displaystyle\int \frac{x^3}{x+1}\,dx,$ (j) $\displaystyle\int_0^2 \frac{e^{4t}+2e^{2t}-e^t}{e^{2t}+1}\,dx,$

(k) $\displaystyle\int \frac{2x^3+7x^2+25x+64}{(x+5)(x^2+9)}\,dx,$ (l) $\displaystyle\int \frac{1}{\sin(2t)+\cos t}\,dt.$

Problem 2. Explique por qué las siguientes integrales son impropias y determine si convergen o no.

(a) $\displaystyle\int_0^3 \ln x\,dx,$ (b) $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{\mathrm{sen}(\tan x)^3+\ln(x+1)}{x\sqrt{x}+\arctan(x^2+1)}\,dx,$ (c) $\displaystyle\int_{-\infty}^0 \sin x\,dx.$

Problem 3. Haga un bosquejo las curvas dadas por $y = x\sqrt{9+16x^2}$, $y = 5x$, y encuentre el área encerrada por ellas.

[1] Sec. 32: J. Ortíz, 2-2:50; Sec. 33: J. Borja, 2-2:50;
Sec. 34: J. Ortíz, 3-3:50; Sec. 35: J. Borja, 3-3:50.

Los siguientes problemas son opcionales, y no afectarán la nota de este taller. En caso de entregarlos será corregido como retroalimentación.

Problem 4. Muestre para $m, n \geq 1$

$$\int \frac{\sin^{n+1} x}{\cos^{m+1} x} \, \mathrm{d}x = \frac{1}{m} \frac{\sin^n x}{\cos^m x} \, \mathrm{d}x - \frac{n}{m} \int \frac{\sin^{n-1} x}{\cos^{m-1} x} \, \mathrm{d}x.$$

Problem 5. (a) Encuentre la longitud de la curva dada por

$$y = 5 - \frac{1}{3} \cosh 3x, \quad 0 \leq x \leq 2.$$

(b) Encuentre la longitud de la curva dada por

$$x = \frac{y^4}{4} + \frac{1}{8y^2}, \quad 1 \leq y \leq 3.$$

(c) Encuentre el área de superficie que se obtiene al rotar la curva

$$x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = 3 \qquad \text{entre los puntos } \ (4,1) \text{ y } (1,4)$$

alrededor del eje x.