

Análisis

Taller 9

Continuidad y continuidad uniforme.

Fecha de entrega: 20 de octubre de 2017

1. Sea $I = (a, b)$ un intervalo no-vacío en los reales y $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ una función.
 - (a) Suponga que f es continua. Muestre que f es inyectiva si y sólo si f es estrictamente monótona.
 - (b) Suponga que f es estrictamente creciente o decreciente. Muestre que es invertible y que su inversa $f^{-1} : f(I) \rightarrow \mathbb{R}$ es continua.
2. Sean $a < b$ números reales y $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$ una función continua. Muestre que existe por lo menos un $c \in [a, b]$ tal que $f(c) = c$.
3. Sean $a < b$ números reales y $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$ una función continua. Demuestre que $A := \{c \in [a, b] : f(c) = c\}$ tiene máximo y mínimo.
¿Qué cambia si el dominio de f es \mathbb{R} ?
4. Muestre que $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{x}$, es uniformemente continua pero no es Lipschitz continua.