

# Análisis

## Taller 9

Continuidad y continuidad uniforme.

Fecha de entrega: 27 de Marzo 2014

---

1. Sean  $a < b$  números reales y  $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$  una función continua. Muestre que existe por lo menos un  $c \in [a, b]$  tal que  $f(c) = c$ .
2. Sean  $a < b$  números reales y  $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$  una función continua. Sea  $A = \{c \in [a, b] : f(c) = c\}$ . Muestre que  $A$  tiene máximo y mínimo.  
Qué cambia si el dominio de  $f$  es  $\mathbb{R}$ ?
3. (a) Existe una función continua  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  que alcanza cada valor en su rango exactamente dos veces?  
(b) Existe una función continua  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  que alcanza cada valor en su rango exactamente tres veces?
4. Muestre que  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \sqrt{x}$ , es uniformemente continua pero no es Lipschitz continua.