

Análisis

Taller 12

Regla de l'Hôpital; integración.

Fecha de entrega: 28 de Abril 2011

1. Sean $-\infty < \alpha < \beta < \infty$ y $f, g : (\alpha, \beta) \rightarrow \mathbb{R}$ funciones derivables con $g'(x) \neq 0$ en (α, β) y $\lim_{x \searrow \alpha} g(x) = \lim_{x \searrow \alpha} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \infty$. Muestre que $\lim_{x \searrow \alpha} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$.

2. Sea $a \in \mathbb{R}_+$ y sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f = \exp$. Usando sumas de Riemann $s(f, P)$ y $S(f, P)$, calcule $\int_0^a \exp(x) dx$.

3. (a) ¿Existe la integral impropia $\int_0^\infty \frac{\sin t}{t} dt$?

(b) Existe $\int_0^1 D(t)dt$, donde D es la función de Dirichlet

$$D : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad D(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in \mathbb{Q} \cap [0, 1], \\ 0 & \text{si } t \in [0, 1] \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$$

4. (a) Encuentre $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n!}$.

(b) Encuentre $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{n!}$.