Análisis complejo

Último taller

Fecha de entrega: 21 de mayo de 2021

---

1. Sea $0 \neq p \in \mathbb{C}$. Demuestre: Para cada $\varepsilon > 0$ y $c \in \mathbb{C}$ existe una función entera g tal que $g(p) = c$ y $|g(z)| < \varepsilon$ para todo $|z| \leq |p|/2$.

2. Sea $(p_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{C}$ una sucesión de puntos distintos tal que $\lim_{n\to\infty} |p_n| = \infty$ y sea $(a_n)_{n\in\mathbb{N}} \subseteq \mathbb{C}$ una sucesión. Encuentre una función entera f tal que $f(p_n) = a_n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

   Hint. $f = \sum f_n, \quad f_n(p_1) = \cdots f_n(p_{n-1}) = 0.$

3. Demuestre que existe una sucesión de polinomios $(P_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tal que $P_n(0) = 1$ para todo n, y $\lim_{n\to\infty} P_n(z) = 0$ para $n \to \infty$ si $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$.

4. Sea $U \subseteq \mathbb{C}$ una región y sean f, g funciones meromorfas en U. Suponga que existe un conjunto $P \subseteq U$ con un punto de acumulación en U y que $f(p) = g(p)$ para todo $p \in P$. ¿Se sigue que $f = g$? ¿Cómo es la respuesta si f puede tener una singularidad esencial en U?