

Análisis complejo

Taller 9

Logaritmos.

Fecha de entrega: 16 de abril de 2021

1. Sea $a > 0$. Calcule las siguientes integrales:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2 + a^2} dx, \quad \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{(x^2 + 4)^2} dx.$$

2. Sea $0 < c < 1$. Demuestre que $\int_0^{\infty} \frac{x^{-c}}{1+x} dx = \frac{\pi}{\sin \pi c}$.

3. Sean P, Q polinomios con $Q(x) \neq 0$ para todo $x \geq 0$ y $\deg Q \geq 2 + \deg P$ y sea $R = \frac{P}{Q}$.
Expresa $\int_0^{\infty} R(x) dx$ en términos de los residuos de $\ln(\cdot)R(\cdot)$ donde \ln es un logaritmo en $\mathbb{C} \setminus \{r \in \mathbb{R} : r \geq 0\}$.

4. Demuestre que $\int_0^{\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx = 0$.