

Análisis complejo

Último taller

Fecha de entrega: 23 de noviembre de 2018

1. Sea $0 \neq p \in \mathbb{C}$. Demuestre: Para cada $\varepsilon > 0$ y $c \in \mathbb{C}$ existe una función entera g tal que $g(p) = c$ y $|g(z)| < \varepsilon$ para todo $|z| \leq |p|/2$.
2. Sea $(p_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathbb{C}$ una sucesión de puntos distintos tal que $\lim_{n \rightarrow \infty} |p_n| = \infty$ y sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}} \subseteq \mathbb{C}$ una sucesión. Encuentre una función entera f tal que $f(p_n) = a_n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.
Hint. $f = \sum f_n$, $f_n(p_1) = \cdots = f_n(p_{n-1}) = 0$.
3. Demuestre que existe una sucesión de polinomios $(P_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tal que $P_n(0) = 1$ para todo n , y $\lim_{n \in \mathbb{N}} P_n(x) \rightarrow 0$ para $n \rightarrow \infty$ si $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$.
4. Sea $U \subseteq \mathbb{C}$ una región y sean f, g funciones meromorfas en U . Suponga que existe un conjunto $P \subseteq U$ con un punto de acumulación en U con $f(p) = g(p)$ para todo $p \in P$. Se sigue que $f = g$? ¿Cómo es la respuesta si f puede tener una singularidad esencial en U ?