

# Análisis complejo

## Taller 12

Productos infinitos.

Fecha de entrega: 16 de noviembre de 2018

---

1. Sean  $U_1 = \{z \in \mathbb{C} : \text{Im}(z) > 0\}$ ,  $U_2 = \mathbb{C} \setminus (-\infty, 0]$  y  $\mathbb{E} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ ,  
Encuentre funciones biholomorfas

$$f : U_1 \rightarrow \mathbb{E}, \quad g : U_2 \rightarrow \mathbb{E}.$$

Existe una función homeomorfa  $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{E}$ ?

2. Determine si los siguientes productos convergen:

$$(a) \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{(-1)^n}{n}\right), \quad (b) \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right).$$

3. Calcule  $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-4}$ .

4. Sea  $U \subseteq \mathbb{C}$  una región, sean  $f_n : U \rightarrow \mathbb{C}$  funciones holomorfas y suponga que  $\prod_{j=1}^{\infty} f_n$  converge absolutamente y compactamente en  $U$ . Demuestre que  $f'/f = \sum_{j=1}^{\infty} f'_j/f_j$  donde la suma al lado derecho es compactamente convergente en su dominio.