

Análisis complejo

Taller 6

Singularidades aisladas; funciones meromorfas;
serie de Laurent.

Fecha de entrega: 21 de septiembre de 2018

1. Determine todas las funciones biholomorfas $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$.

Hint. Suponga que f es una función biholomorfa $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$. Considere $f(1/z)$.

2. Sea P un polinomio grado n y $R > 0$ tal que $|z| < R$ para todo z cero de p . Defina $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$, $\gamma(t) = Re^{2\pi it}$. Calcule $\oint_{\gamma} \frac{P'}{P} dz$.

3. Sea f un función meromorfa en \mathbb{C} . Se dice que f es *meromorfa en ∞* si la función $z \mapsto g(z) := g(1/z)$ es meromorfa en una vecindad de 0.

- (a) Demuestre que una función racional es meromorfa en \mathbb{C} y en ∞ .
- (b) Demuestre que una función meromorfa en \mathbb{C} y en ∞ es una función racional.

4. Sean $0 \leq r < R$, $z_0 \in \mathbb{C}$ y sea f un función holomorfa en el anillo $A = \{r < |z - z_0| < R\}$ con serie de Laurent $f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n(z - z_0)^n$. Suponga que f tiene una antiderivada en A . Demuestre que $c_{-1} = 0$.