

# Análisis complejo

## Taller 9

Logaritmos;

Fecha de entrega: 13 de abril de 2016

---

1. Sea  $a > 0$ . Calcule las siguientes integrales:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2 + a^2} dx, \quad \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{(x^2 + 4)^2} dx.$$

2. Sea  $0 < c < 1$ . Demuestre que  $\int_0^{\infty} \frac{x^{-c}}{1+x} dx = \frac{\pi}{\sin \pi c}$ .

3. Sean  $P, Q$  polinomios con  $Q(x) \neq 0$  para todo  $x \geq 0$  y  $\deg Q \geq 2 + \deg P$  y sea  $R = \frac{P}{Q}$ .  
 Exprese  $\int_0^{\infty} R(x) dx$  en términos de los residuos de  $\ln(\cdot)R(\cdot)$  donde  $\ln$  es un logaritmo en  $\mathbb{C} \setminus \{r \in \mathbb{R} : r \geq 0\}$ .

4. Demuestre que  $\int_0^{\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx = 0$ .

---

### Ejercicio extra para los estudiantes con código 4

---

5. Sea  $U \subset \mathbb{C} \setminus \{0\}$  un conjunto abierto y suponga que existe un camino en  $U$  con  $\text{ind}_{\gamma}(0) = 1$ . Demuestre que no hay una raíz  $n$ -ésima holomorfa en  $U$  ( $n \geq 2$ ).