Tarea 6

Fecha de entrega: Abril 18 de 2017

1. Sea $\langle \, , \rangle$ un producto interno en $\mathbb{R}^n$ y $\| \cdot \|$ su norma inducida. Sea S un subespacio y $\bar{x}$ arbitrario. Muestre que $x^* = \arg\min_{x \in S} \|x - \bar{x}\|$ si y solo si $x^* - \bar{x}$ es ortogonal, con respecto al producto interno, a S y $x^* \in S$.

2. Muestre que los polinomios de Chebyshev satisfacen para todo $x \in \mathbb{R}$

$$T_n(x) = \frac{1}{2}\left[(x + \sqrt{x^2 - 1})^n + (x - \sqrt{x^2 - 1})^n\right].$$

3. Repita el ejercicio 3 de la tarea 5 con los siguientes métodos: (Recuerde convertir el sistema a uno con matriz definida positiva)

   a) Método del gradiente: Pare cuando $\|r^k\| < 10^{-6}$, $x^0 = 0$.

   b) Método del gradiente conjugado: Pare cuando $\|r^k\| < 10^{-6}$, $x^0 = 0$.

   c) Método del gradiente conjugado precondicionado con la diagonal: Pare cuando $\|r^k\| < 10^{-6}$, $x^0 = 0$.

   d) Método del gradiente conjugado precondicionado con el precondicionador SOR con $w = 1$: Pare cuando $\|y^k - y^{k-1}\| < 10^{-6}$, $x^0 = 0$.

4. Repita el ejercicio 4c) de la tarea 5 con los siguientes métodos:

   a) Método del gradiente: Pare cuando $\|r^k\| < 10^{-6}$, $x^0 = 0$.

   b) Método del gradiente conjugado: Pare cuando $\|r^k\| < 10^{-6}$, $x^0 = 0$.

   c) Método del gradiente conjugado precondicionado con el precondicionador SOR con $w = 1$ y el óptimo: Pare cuando $\|y^k - y^{k-1}\| < 10^{-6}$, $x^0 = 0$.

Mauricio Junca