UNIVERSIDAD DE LOS ANDES	TOPOLOGÍA ALGEBRAICA

Parcial 2

16 DE NOVIEMBRE DEL 2017	FLORENT SCHAFFHAUSER

Ejercicio 1. `(2 puntos)` Sea X un revestimiento conexo del toro $T := \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$. Mostrar que si X es compacto entonces X es homeomorfo a un producto de dos círculos.

Ejercicio 2. `(3 puntos)` Sea G un grupo topológico, con elemento neutro e. Hemos visto que $\pi_0(G)$ es un grupo. El propósito de este problema es mostrar que $\pi_1(G; e)$ es un grupo abeliano.

Sean c, c' dos lazos basados en e. A parte del lazo compuesto cc' (definido en clase para cualquier espacio topológico), podemos utilizar la estructura de grupo topológico de G para definir el lazo

$$c * c' : \begin{array}{ccc} [0;1] & \longrightarrow & G \\ t & \longmapsto & c(t)c'(t) \end{array} .$$

a. `(1 punto)` Mostrar que la ley de composición $*$ es compatible con la homotopía de lazos.

b. `(1 punto)` Sea c_e el camino constante en e. Mostrar que $(cc_e) * (c_e c') = cc'$.

c. `(1 punto)` Concluir.

d. `(Bono, 1 punto)` Dado un lazo c basado en e, mostrar que los lazos $c^{-1} : t \longmapsto c(t)^{-1}$ y $\bar{c} : t \longmapsto c(1-t)$ son homótopos en G.