Parcial 1 (Duración: 1h20)

Esto es un examen **individual**. No se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier medio electrónico. Los dispositivos electrónicos (celulares, calculadoras, tabletas etc.) deben permanecer **apagados y guardados** durante todo el examen. Las respuestas deben ser justificadas. **Cada pregunta vale** 1 **punto.**

Ejercicio 1

Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 4 & -3 \\ 3 & -5 & 5 & -4 \end{pmatrix}$ y el sistema $(S) : Av = b$ donde $v = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$ y $b = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

a. Halle una solución particular de (S).

b. Halle la solución general del sistema homogéneo asociado a A.

c. Halle la solución general del sistema (S).

Ejercicio 2

Sea F el sub-espacio de $\mathbb{R}^4$ generado por los vectores $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$.

a. Halle una base de F.

b. Exprese v_3 como combinación lineal de v_1 y v_2.

c. ¿Cuál es la dimensión de F? Justifique su respuesta.

Ejercicio 3

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

a. Muestre que la matriz A es invertible y encuentre su inversa.

b. Muestre que el vector $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ es combinación lineal de las columnas de A y halle los coeficientes de tal combinación lineal.

Ejercicio 4

a. Sea A una matriz de tamaño $p \times n$. Mostrar que el conjunto $\ker A = \{v \in \mathbb{R}^n \mid Av = 0\}$ es un sub-espacio vectorial de $\mathbb{R}^n$.

b. Sea $(v_1, \ldots, v_k)$ una familia de k vectores de $\mathbb{R}^n$ y sea F el conjunto de combinaciones lineales de $(v_1, \ldots, v_k)$. Mostrar que F es un sub-espacio vectorial de $\mathbb{R}^n$.