

---

- **Información de los profesores y del monitor**

Nombre profesor principal: Florent Schaffhauser

Correo electrónico: florent@uniandes.edu.co

Horario y lugar de atención:

---

- **Introducción y descripción general del curso**

El curso se desarrolla de a tres (3) horas por semana y la duración del curso es de quince (15) semanas. En las clases, el profesor presenta la teoría y propone ejercicios, para facilitar el aprendizaje, y problemas matemáticos, para ilustrar el uso de las herramientas estudiadas en el curso.

- **Objetivos de la asignatura**

El objetivo del curso es dar una introducción a la geometría diferencial mediante los ejemplos clásicos de curvas y superficies. El curso ha sido estructurado para estudiantes de las carreras de ciencias e ingeniería interesados en entender la geometría de curvas y superficies regulares en  $\mathbb{R}^3$ , especialmente estudiantes de las carreras de matemáticas y física, dominios en los que las nociones desarrolladas en el curso tienen múltiples aplicaciones. Comenzaremos con la descripción local de curvas y superficies en  $\mathbb{R}^3$  y alcanzaremos resultados tan importantes como el *Teorema Egregium de Gauss* y el *Teorema de Gauss-Bonnet*, ventana a la geometría diferencial global y punto de partida del estudio de la geometría y topología de variedades diferenciales en dimensión superior. Es un curso interesante para estudiantes que deseen continuar con estudios de Geometría, Física Teórica, Cálculo de Variaciones o Control Óptimo.

- **Competencias a desarrollar**

La idea es que los estudiantes aprendan los rudimentos del cálculo diferencial y los sepan aplicar al estudio de curvas y superficies en  $\mathbb{R}^3$ , que son los ejemplos básicos de sub-variedades diferenciales. El curso también ofrece un primer contacto con la noción de curvatura, omnipresente en matemáticas. Los teoremas de Gauss que cierran el curso son de suma importancia histórica y servirán para la cultura matemática de los estudiantes.

- **Contenido de la asignatura**

- *Primera parte* : Curvas diferenciables en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ .

- Arcos parametrizados, longitud de arco.
- Método del marco móvil, fórmulas de Frénet y aplicaciones a arcos planos y arcos torcidos. Ecuaciones intrínsecas.

- Teorema de funciones implícitas en 2 y 3 variables, curvas diferenciables definidas por una ecuación.
- *Segunda parte* : Superficies diferenciables en  $\mathbb{R}^3$ .
  - Mantel parametrizados y superficies de  $\mathbb{R}^3$  definidas por una ecuación.
  - Espacio tangente.
  - Funciones diferenciables en superficies, aplicación tangente.
  - La primera forma fundamental. Elemento de área.
  - Isometrías, aplicaciones conformes.
  - Las aplicaciones de Gauss y de Weingarten. La segunda forma fundamental.
  - Curvatura de Gauss y curvatura promedio. Curvaturas principales.
  - Curvas trazadas en superficies, curvatura normal y curvatura geodésica. Curvas geodésicas.
  - El *teorema egregium*.
  - Aspectos globales de la teoría de superficies: el teorema de Gauss-Bonnet.

A continuación se presenta el cronograma del curso para el primer semestre de 2014, organizado por semana. Los números de capítulo de este programa hacen referencia al libro *Elementary Differential Geometry*, 2ª edición, de A. Pressley (ver bibliografía). Otras referencias también pueden servir de texto guía (ver la bibliografía complementaria). El siguiente programa está pensado para dos clases de hora y media a la semana.

Semana No.	Mes	Fecha	Teoría	Problemas
1	ENERO	20 Lu a 24 Vi	-Arcos diferenciables, arcos regulares y recta tangente. -Arcos de clase $C^1$ , longitud de arco, parametrización por longitud de arco.	-Capítulos 1.2 y 1.3.
2		27 Lu a 31 Vi	-Marco de Frénet para un arco plano, curvatura. -Propiedades de la curvatura. Ecuaciones intrínsecas.	-Capítulos 2.1 y 2.2.
3	FEBRERO	3 Lu a 7 Vi	-Marco de Frénet para un arco torcido, curvatura, torsión. -Propiedades de la curvatura y de la torsión. Ecuaciones intrínsecas.	-Capítulo 2.3.
4		10 Lu a 14 Vi	-Curvas definidas por una ecuación o un sistema de ecuaciones, relación con los arcos parametrizados. -El Teorema de las Funciones Implícitas.	-Capítulos 1.1 y 1.5.

5		17 Lu a 21 Vi	-Aplicaciones del Teorema de las Funciones Implícitas. -Teorema de Inversión Local.	-Complementos : Capítulo 1.4, Capítulo 3.
6		24 Lu a 28 Vi	-Aplicaciones del Teorema de Inversión Local. -Sub-variedades diferenciales de $R^n$ .	-Capítulos 4.1 y 4.2.
7	<b>MARZO</b>	3 Lu a 7 Vi	-Aplicaciones diferenciables, aplicación tangente. -Parcial 1.	-Capítulos 4.3 y 4.4.
8		10 Lu a 14 Vi	-La primera forma fundamental. Longitud de curvas trazadas en superficies. -Isometrías. aplicaciones conformes.	-Capítulos 6.1, 6.2 y 6.3.
9		17 Lu a 21 Vi - <i>Último día para entregar el 30%</i>	-Las aplicaciones de Gauss y Weingarten. -La segunda forma fundamental.	-Capítulos 7.1 y 7.2.
10		24 Lu-Fiesta 28 Vi - <i>(Ultimo día de retiros)</i>	-Curvatura de Gauss y curvatura promedia. -Interpretación geométrica.	-Capítulo 8.1.
11		31 Lu a	-Curvaturas principales. -Marco de Darboux, curvatura normal, curvatura geodésica.	-Capítulos 8.2 y 7.3.
	<b>ABRIL</b>	4 Vi		
12		7 Lu a 11 Vi	-Geodésicas. -Parcial 2.	-Capítulo 9.
		14 Lu A 18 Vi Abril	<b>SEMANA DE TRABAJO INDIVIDUAL</b>	
13		21 Lu a 25 Vi	-El <i>teorema egregium</i> .	-Capítulo 10.
14		28 Lu	-Propiedades globales de superficies. -El teorema de Gauss-Bonnet.	-Capítulo 13.
	<b>MAYO</b>	1 Ju-Fiesta		
		2 Vi		

15		5 Lu a 9 Vi	-Repaso o temas escogidos por el profesor.	
----	--	----------------	--	--

**Exámenes Finales: 12 - 26 de Mayo**

\*Recuerde el juramento del uniandino: "Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma Universidad".

- **Metodología**

Las claves para un desarrollo exitoso del curso son: asistir a las clases, prestar atención y tomar notas de curso escritas a mano (no se recomienda sacar fotos del tablero con un dispositivo móvil; los profesores incómodos con este método pueden exigir que no se tomen dichas fotos) y, sobre todo, realizar ejercicios y redactar para ellos una solución detallada, con frases completas en español (en las evaluaciones, no se atribuirá la nota máxima para cálculos presentados sin explicaciones).

A la hora de resolver ejercicios, se sugiere el siguiente método: pensar en el ejercicio por lo menos 45 minutos antes de mirar la solución. Es importante ir escribiendo a medida que salen las ideas : en general, no se puede resolver un ejercicio entero sin escribir las varias etapas de la demostración pedazo por pedazo. Sin intentarlo, es difícil saber si algún método dado va a permitir encontrar la solución de un ejercicio. Por lo tanto, se recomienda el uso de un borrador.

Una vez se ha resuelto el ejercicio en un borrador, se redacta una solución detallada y argumentada, explicando el método que se está desarrollando con frases completas en español y presentando los cálculos de forma ordenada.

Para terminar, se recomienda volver a hacer el ejercicio al día siguiente, sin mirar la solución ya escrita y tratando de volverla a escribir nuevamente.

- **Criterios de evaluación y aspectos académicos**

*Exámenes parciales* : se realizarán dos (2) exámenes parciales a lo largo del semestre. Cada parcial vale el 25% de la nota final del curso. Los parciales tienen una duración de hora y media (1h30) y se llevan a cabo en las clases, a menos que eso no sea posible por falta de tiempo para desarrollar el curso. Para los estudiantes que, por un motivo aceptable (tales motivos son recordados más adelante en este documento), no puedan estar presentes en uno de los parciales, se realizará un examen supletorio, común a todos los alumnos que hayan faltado. En caso de ausencia al examen supletorio, no se realizará nueva evaluación y se remitirá el caso a

las instancias administrativas (Coordinador de pregrado del Departamento de Matemáticas o, en caso de que sea necesario, la Facultad de Ciencias). Se recuerda que la salida de vacaciones o la compra ya realizada de un pasaje no constituye un motivo aceptable para faltar un examen.

*-Tarea o presentación oral* : se realizarán dos tareas o presentaciones orales (o una de cada cual) durante el semestre. Cada evaluación valdrá el 10% de la nota final del curso.

*-Examen final* : El examen final tiene una duración de dos (2) horas y vale el 30% de la nota final del curso.

*-Resumen de las evaluaciones:*

Parciales	2 x 25%
Tareas / Presentaciones	2 x 10%
Examen final	30%

*-Fechas importantes* : Las fechas importantes del curso (parciales, entrega del 30%, último día de retiros) están indicadas en el programa (ver más arriba).

*-Parámetros de calificación* : En todas las evaluaciones, se pide redactar una solución argumentada y detallada, con frases en español y una presentación clara de los cálculos. Cualquier respuesta debe ser matemáticamente justificada (no se otorgará la totalidad de los puntos para respuestas no o parcialmente justificadas a una pregunta dada, cálculos presentados sin explicación pueden dar lugar a cero puntos otorgados). En caso de no poder resolver una pregunta o si falta una etapa en el procedimiento, se recomienda señalarlo al corrector mediante una corta frase de explicación (ejemplo: “no he podido resolver la pregunta x.x, acepto el resultado para seguir con el problema”). El corrector así podrá tenerlo en cuenta al evaluar las respuestas propuestas y valorarlo como procedimiento. Un cálculo presentado sin explicación no da lugar a puntos de procedimiento. Si una pregunta vale, por ejemplo, tres (3) puntos, los puntos atribuidos para esta pregunta pueden ser : 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5 o 3, a criterio del corrector según los parámetros establecidos arriba. A menos que el profesor a cargo de la materia decida aplicar otro criterio, no habrá aproximación de notas en las evaluaciones (únicamente en la nota final -ver más abajo para política de aproximación de notas).

*-Actitud en clase* : Se pide respeto para el profesor y los compañeros del curso. Eso incluye hacer silencio en las clases y no salirse antes de la hora. Está prohibido el uso de computadores y teléfonos celulares durante las clases. En caso de no cumplir con estas reglas establecidas claramente y desde un principio, el profesor podrá tenerlo en cuenta en la evaluación final.

-*Reclamos* : El procedimiento para los reclamos está recordado en el régimen académico más abajo en este mismo documento. Se recuerda que cualquier reclamo debe ser presentado por escrito dentro del plazo regido por el Reglamento General de Estudiantes de Pregrado).

-*Horarios de atención a estudiantes* : El profesor presta dos horas de atención a estudiantes semanalmente y escoge los horarios para hacerlo.

-*Política de aproximación de notas* : De acuerdo al sistema de calificación vigente en la Universidad de Los Andes, la nota final del curso es una nota sobre 5 con dos dígitos decimales. A menos que el profesor decida aplicar otro criterio, la nota final del curso será la aproximación de dos dígitos decimales inmediatamente superior a la nota calculada como explicado anteriormente.

- **Bibliografía**

-A. Pressley, *Elementary Differential Geometry*, 2ª edición, Springer-Verlag, 2012. *Disponible en línea en la biblioteca.*

-M.P. do Carmo, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*,

## 1. RÉGIMEN ACADÉMICO

Las siguientes disposiciones académicas se deberán tener en cuenta en la elaboración de los programas de los cursos:

- **Asistencia a clase:**

Los profesores iniciarán sus cursos desde el primer día del semestre académico, con la finalidad de garantizarles a los estudiantes el derecho a beneficiarse activa y plenamente del proceso educativo (Art. 40 RGEPr).

Las clases de la Universidad deben empezar a la hora en punto o a la media hora, y terminar diez minutos antes de la hora en punto o de la media hora (Art. 41 RGEPr).

- **Inasistencia a clase y a evaluaciones:**

Los parámetros para controlar la asistencia deberán ser informados a los estudiantes el primer día de clase. Se sugiere informar si la asistencia y la participación serán criterios de evaluación así como la forma en que serán calificados. Será facultativo de cada profesor determinar las consecuencias de la inasistencia si esta supera el 20% (Art. 42 y 43 RGRPr).

El estudiante que desee justificar su ausencia deberá hacerlo ante el profesor dentro de un término no superior a ocho (8) días hábiles siguientes a la fecha de ésta. De acuerdo con el parágrafo del artículo 43 del RGEPr, serán excusas válidas las siguientes:

- $\alpha$ . Incapacidades médicas.
- $\beta$ . Incapacidades expedidas por la Decanatura de Estudiantes.
- $\chi$ . Muerte del cónyuge o de un familiar hasta del segundo grado de consanguinidad.
- $\delta$ . Autorización para participar en eventos deportivos, expedida por la Decanatura de Estudiantes.
- $\varepsilon$ . Autorización para asistir a actividades académicas y culturales, expedida por la respectiva dependencia académica.
- $\phi$ . Citación a diligencias judiciales, debidamente respaldada por el documento respectivo.

La Decanatura de Estudiantes prestará colaboración en la verificación de las incapacidades médicas.

- **Salidas de campo:**

Las salidas de campo de los estudiantes de la Universidad, programadas fuera de Bogotá, no son de carácter obligatorio. En caso de que algunos estudiantes no puedan cumplir con esta actividad, deberán informar las razones al profesor respectivo y acordar con él la realización de trabajos supletorios (Art. 44 RGEPr).

- **Calificaciones:**

- Se deberán programar como mínimo tres (3) evaluaciones. En los cursos de la escuela de verano el profesor podrá practicar una sola evaluación con un valor equivalente al 100% de la materia (Art. 45 y parágrafo Art. 46 RGEPr).
- Ninguna de las evaluaciones podrá tener un porcentaje superior al 35%, salvo que se trate de prácticas académicas, proyectos de grado y algunos cursos del programa de música, los cuales tendrán un sistema de calificación especial que también deberá ser informado a los estudiantes en el programa del curso.
- Las evaluaciones orales, en las que la actividad del estudiante consiste únicamente en responder las preguntas formuladas por el profesor y que tengan un valor superior al 15% de la calificación del curso, deberán realizarse en presencia de un profesor adicional, quien también deberá actuar como evaluador.

- Si un estudiante falta a la presentación de una evaluación debidamente programada, podrá ser calificado con cero (0,0). Sin embargo, el estudiante podrá justificar su ausencia ante el profesor dentro de un término no superior a (8) días hábiles siguientes a la realización de la prueba. Justificada la inasistencia el profesor deberá indicarle al estudiante la nueva fecha y hora en que le realizará el examen, dentro de las dos (2) semanas siguientes a la aceptación de la justificación presentada.
- El valor de cada evaluación practicada sin aviso, en ningún caso, podrá superar el 5% de la nota definitiva del curso.
- Los profesores tendrán autonomía para establecer sus propios criterios de aproximación de notas definitivas, pero deberán siempre informarlo en el programa del curso, el primer día de clase.
- Se recomienda establecer desde un inicio las condiciones para la entrega de informes y trabajos, así como los parámetros para la elaboración las actividades en grupo. También indicar los efectos de la entrega tardía de trabajos y de la no entrega.
- **Entrega de calificaciones:**
  - Todos los profesores de la Universidad deben hacer conocer a sus estudiantes las calificaciones obtenidas, dentro de los diez (10) días hábiles siguientes a la práctica de la evaluación parcial. Exceptuando aquellas correspondientes a los proyectos de grado y prácticas académicas (Art. 66 RGEPr).
  - Al menos el 30% de las calificaciones debe ser dado a conocer a más tardar antes de la semana de retiros de cada semestre (Art. 67 RGEPr).
  - Antes del examen final, el estudiante tiene el derecho a conocer las calificaciones parciales obtenidas durante el semestre y podrá solicitarlas al profesor (Art. 68 RGEPr).
- **Notas especiales:**
  - *Incompleto (I)*: nota aplicada por el Consejo de Facultad cuando el alumno no haya podido cumplir por razones justificadas, con los requisitos del curso (Art. 55 RGEPr).
  - *Incompleto Total (IT)*: nota aplicada por el Consejo de Facultad cuando el alumno no haya podido cumplir por razones justificadas, con los requisitos de todos los cursos del periodo académico en el cual se encuentra matriculado (Art. 56 RGEPr).



- *Pendiente (P)*: nota aplicada por el profesor cuando al estudiante por casos de fuerza mayor, para cumplir con los requisitos del curso, solo le reste la presentación de una prueba final o no pueda asignársele una calificación antes del plazo definido (Art. 57 RGEPr).
- *Pendiente Disciplinario (PD)*: nota aplicada por el profesor al estudiante que se encuentre vinculado a un proceso disciplinario. Esa nota será reemplazada una vez culmine definitivamente el proceso (Art. 58 y parágrafo 1 Art. 109 RGEPr).
- *Pendiente Especial (PE)*: nota excepcional aplicable a aquellos estudiantes que se encuentren desarrollando su correspondiente proyecto de grado y no ha sido concluido, por razones justificadas, dentro del semestre inicialmente establecido (Art. 61 RGEPr).

- **Reclamos:**

Si se trata de una prueba escrita, el estudiante deberá dirigir el reclamo por escrito, dentro de los ocho (8) días hábiles siguientes al que conoció la calificación en cuestión. El profesor cuenta con diez (10) días hábiles para responderle. Si el estudiante considera que la decisión no corresponde a los criterios de evaluación, podrá solicitar la designación de un segundo calificador ante el Consejo de Facultad, dentro de los ocho (8) días hábiles al conocimiento de la decisión (Art. 62 y 63 del RGEPr).

En caso de reclamo por una calificación obtenida en una prueba oral, el estudiante podrá exponer la razón de su desacuerdo a los profesores evaluadores en el mismo momento en que tiene conocimiento de la nota. Si el grupo evaluador mantiene la calificación, la realización de un nuevo examen quedará a discreción del Consejo de Facultad al que pertenece la materia, previa solicitud escrita del estudiante (Art. 64 del RGEPr).

- **Cambio de notas definitivas:**

Vencido el plazo previsto para el cambio notas derivadas de los reclamos presentados, estos solo podrán realizarse con la autorización del coordinador de pregrado del programa al que pertenece la materia (Art. 65 RGEPr).

- **Funciones del monitor:**

La principal función del monitor es la de ayudar al profesor en la dirección de las actividades académicas (laboratorios, sesiones de repaso o de ejercicios, asesoría a estudiantes). Así mismo, apoyarlo en la corrección de ejercicios y pruebas. La calificación definitiva de las pruebas será responsabilidad exclusiva del profesor.

- **Reporte de casos disciplinarios:**

Ante la sospecha de una presunta comisión de fraude académico (Art. 109 RGEPr) o de una falta disciplinaria (Art. 110 y 111 RGEPr) por parte de uno de sus estudiantes o de cualquier miembro de la comunidad uniandina, los profesores deberán tener en cuenta:

- Es su deber informar a la Secretaría del Comité Disciplinario de la unidad académica a la que pertenezca la materia o en la que esté inscrito el estudiante, según corresponda, explicando los hechos que fundamentan su consideración y adjuntando las pruebas correspondientes (Art. 121 RGEPr).
- A través de un proceso disciplinario el estudiante tendrá la oportunidad formal de presentar su versión sobre los hechos y pronunciarse sobre las decisiones que tomó el Comité (Art. 121 – 135 RGEPr).
- El profesor tiene discreción para hablar con los estudiantes implicados antes de reportar el caso al comité, para informarles al respecto.
- Durante el proceso disciplinario el profesor podrá ser consultado si el Comité lo considera, pero no será parte formal del proceso.
- A menos que el estudiante acepte su responsabilidad, el profesor no puede afirmar que cometió una falta disciplinaria. En cualquier conversación con un estudiante que presuntamente haya cometido la falta, el profesor debe ser cuidadoso. La existencia del fraude o de una falta disciplinaria solamente la puede determinar el Comité, después de haberse cumplido el proceso contemplado en los distintos reglamentos de estudiantes de la Universidad.
- La actividad académica en la que se presume la comisión de un fraude académico, deberá ser calificada con Pendiente Disciplinario (PD), (Art. 59 RGEPr). Es indispensable poner el Pendiente Disciplinario pues esta nota es una garantía del respeto por la presunción de inocencia del estudiante.
- Una vez el profesor reciba copia de la carta por medio de la cual se le notifica al estudiante la culminación del proceso disciplinario, deberá levantar el PD y asignar la nota correspondiente a la actividad académica (parágrafo 1 Art. 109 RGEPr).

- **Canales de ayuda para estudiantes y profesores:**

En cualquier momento los profesores y estudiantes podrán apoyarse en la labor de los coordinadores de su programa, la Decanatura de Estudiantes, la Secretaría General de la Universidad y la Oficina del Ombudsperson para consultar sobre asuntos académicos o administrativos según corresponda.