

Parcial 1

15 DE FEBRERO 2013

FLORENT SCHAFFHAUSER

Este es un examen **individual**. No se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Los celulares deben estar **apagados** durante todo el examen. Cada pregunta vale un punto.

Ejercicio I

Sea A la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

1. Mostrar que A es invertible y calcular su inversa.

2. Resolver el sistema $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ejercicio II

Sea A la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ y sea \vec{x} un vector en \mathbb{R}^4 .

1. Resolver el sistema $A\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

2. Hallar una base de $\text{Im } A$ (el espacio generado por las columnas de A).

3. Determinar $\dim(\text{Ker } A)$.

Ejercicio III

Sea $A \in \mathcal{M}(p \times n; \mathbb{R})$ una matriz con p filas y n columnas.

1. Mostrar que el conjunto $\text{Ker } A := \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = 0\}$ es un sub-espacio vectorial de \mathbb{R}^n .

2. Mostrar que el conjunto $\text{Im } A := \{y \in \mathbb{R}^p \mid \exists x \in \mathbb{R}^n, Ax = y\}$ es un sub-espacio vectorial de \mathbb{R}^p .

Ejercicio IV

Justificando su respuesta con una demostración o un contra-ejemplo, diga si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas (no se otorgarán puntos por respuestas no justificadas).

1. El conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 7\}$ es un sub-espacio vectorial de \mathbb{R}^2 .

2. La matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 8 & 7 & 1 \\ 25 & 8 & 17 \end{pmatrix}$ es invertible.

3. La matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \\ -1 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ tiene rango 2.