

Geometría algebraica real

2012-I

FLORENT SCHAFFHAUSER

- Créditos : 4.
- Evaluación : 1 parcial (30 %), 1 tarea (30 %), 1 examen (40 %).

1. OBJETIVO

El objetivo del curso es dar una introducción a la geometría algebraica real, con un enfoque específico en el caso de la dimensión uno. En una primera parte, se hará un repaso de la teoría de curvas algebraicas sobre el cuerpo de los números complejos, aprovechando la comparación con curvas analíticas (superficies de Riemann) para desarrollar la intuición geométrica. En una segunda parte, se estudiarán curvas algebraicas reales.

2. PREREQUISITOS

- Geometría diferencial
- Variable compleja

3. CONTENIDO

1. Curvas algebraicas complejas
 - a) Superficies de Riemann
 - Curvas analíticas complejas
 - Cohomología
 - Curvas en espacios proyectivos
 - b) Curvas algebraicas definidas sobre cuerpos algebraicamente cerrados
 - Curvas afines
 - Curvas proyectivas
 - Valuaciones
 - c) Teoremas de comparación
 - Curvas suaves, curvas completas
 - Género de una curva plana no singular
 - Teoremas GAGA (introducción)
2. Curvas algebraicas reales
 - a) Superficies de Klein
 - Curvas dianalíticas
 - El cubrimiento complejo
 - Espacios reales en el sentido de Atiyah
 - b) Aspectos topológicos
 - Clasificación de superficies compactas conexas
 - La fórmula de Riemann-Hurwitz
 - El teorema de Harnack
 - c) Curvas algebraicas en cuerpos no algebraicamente cerrados
 - Puntos cerrados
 - Puntos racionales
 - Productos fibrados y complexificación

REFERENCIAS

- [GH94] Phillip Griffiths and Joseph Harris. *Principles of algebraic geometry*. Wiley Classics Library. John Wiley & Sons Inc., New York, 1994. Reprint of the 1978 original.

- [Kir92] Frances Kirwan. *Complex algebraic curves*, volume 23 of *London Mathematical Society Student Texts*. Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [Mir95] Rick Miranda. *Algebraic curves and Riemann surfaces*, volume 5 of *Graduate Studies in Mathematics*. American Mathematical Society, Providence, RI, 1995.