Optimización libre

2011-II FLORENT SCHAFFHAUSER

En los ejercicios 1 y 2, para cada una de las funciones,

1. calcular f' y f'',
2. hallar los puntos críticos,
3. clasificarlos (=decir si son máximos locales, mínimos locales o puntos de silla).

Ejercicio 1

a. $f(x,y) = x^3 - x^2 - y^2 + 8$
b. $f(x,y) = 5 - x^2 + 6x - 2y^2 + 8y$
c. $f(x,y) = x^2 + 2xy^2 + 2y^2$
d. $f(x,y) = xy$

Ejercicio 2

a. $f(x,y,z) = 2x - x^2 + 10y - y^2 + 3 - z^2$
b. $f(x,y,z) = 3 - x^2 - 2y^2 - 3z^2 - 2xy - 2xz$
c. $f(x,y,z) = xy + yz + zx$
d. $f(x,y,z,t) = xy + yz + zx + 2xt - zt$

Ejercicio 3

Dar una aproximación cuadrática de las siguientes funciones en el punto propuesto.

a. $f(x,y) = \mathrm{sen}(x+2y)$ en $(0,0)$.
b. $f(x,y) = e^x \cos y$ en $(0,0)$.
c. $f(x,y) = \mathrm{sen}(xy)$ en $(1, \frac{\pi}{2})$.

Dar una aproximación de

$$\frac{(3,98-1)^2}{(5,97-3)^2}.$$

Indicación : Se podrá utilizar una aproximación cuadrática de $f(x,y) = \frac{(x-1)^2}{(y-3)^2}$ en el punto $(4,6)$.

Ejercicio 4

a. Mostrar que la función

$$f : (x,y) \longmapsto -2x^2 - 2xy - 2y^2 + 36x + 42y - 158$$

es cóncava en $\mathbb{R}^2$. Decir si f tiene un máximo global en $\mathbb{R}^2$.

b. Mostrar que la función

$$f : (x,y) \longmapsto e^{x+y} + e^{x-y} - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}y$$

es convexa en $\mathbb{R}^2$. Decir si f tiene un mínimo global en $\mathbb{R}^2$.

c. Mostrar que la función

$$f : (x,y,z) \longmapsto x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xy + 2xz + 4$$

es convexa en $\mathbb{R}^2$. Decir si f tiene un mínimo global en $\mathbb{R}^2$.

d. Mostrar que la función de producción

$$P(K,L) = 12\sqrt{K}\,L^{\frac{1}{4}} - 1{,}2K - 0{,}6L$$

tiene un máximo global en el abierto

$$\{(K,L) \in \mathbb{R}^2 \mid K > 0, L > 0\}.$$