Parcial 4, duración 1h30

17 de noviembre 2011 Florent Schaffhauser

No se autorizan libros ni notas personales. Se recomienda usar un borrador. No se autorizan calculadoras. Celulares apagados. Cada pregunta vale un punto.

Ejercicio I

Se considera el siguiente problema:

$$\text{minimizar } f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$$

bajo las restricciones

$$\begin{cases} g(x,y,z) = x + 2y + z &= 30, \\ h(x,y,z) = 2x - y - 3z &= 10. \end{cases}$$

1. ¿Cuál es el lagrangiano del problema? Dar las condiciones de Lagrange para este problema.
2. Mostrar que el sistema así definido tiene una única solución.
3. Mostrar que el punto hallado en la primera pregunta es solución del problema de minimización.

Ejercicio II

Se considera el siguiente problema de maximización

$$\text{maximizar } f(x,y) = x + y \quad \text{s.a} \quad g(x,y) = x^2 + y^2 \leq 1.$$

1. ¿Cuál es el lagrangiano del problema? Dar las condiciones de Kuhn-Tucker para este problema.
2. Mostrar que el sistema así definido tiene una única solución.
3. Mostrar que el punto hallado en la pregunta anterior es solución del problema de maximización.

Ejercicio III

Se considera el siguiente problema: $K, L > 0$

$$\text{maximizar } P(K,L) = 120KL$$

bajo la restricción

$$R(K,L) = 2K + 5L = m > 0.$$

1. ¿Cuál es el lagrangiano del problema? Dar las condiciones de Lagrange para este problema.
2. Mostrar que el sistema así definido tiene una única solución.
3. A continuación, denotaremos (K^*, L^*) la solución del sistema de Lagrange hallada en el punto 1. También supondremos que el punto (K^*, L^*) es solución del problema de maximización. ¿Cuál es la producción máxima $P^*(m)$ en función del presupuesto m?
4. ¿Cómo cambia aproximadamente la producción máxima si el presupuesto aumenta de una unidad?