

Medida e integración

2011-I

FLORENT SCHAFFHAUSER

1. DATOS DEL CURSO

- Nombre del curso : *Medida e integración*
- Profesor : Florent Schaffhauser
- Código del curso : MATE-4220
- Créditos : 3
- Prerequisitos :
 - Análisis 1

2. OBJETIVOS

El objetivo del curso es presentar la teoría de la medida y la integral de Lebesgue. Además de sus aplicaciones al cálculo integral (con las herramientas fundamentales que son el teorema de convergencia monótona, el teorema de convergencia dominada y el teorema de Fubini), la teoría de la medida permite la construcción de espacios funcionales que desempeñan un papel esencial en muchas áreas de las matemáticas (análisis armónico, teoría de potencial, probabilidades, ecuaciones diferenciales parciales, etc.). Se presentará la construcción de estos espacios de Lebesgue y algunas aplicaciones.

3. CONTENIDO

- (1) **Repaso sobre la integral de Riemann**
 - (a) Integral de funciones en escalera
 - (b) Compleciones
 - (c) Algunas dificultades de la teoría de Riemann
- (2) **La medida de Lebesgue sobre \mathbb{R}^n**
 - (a) Subconjuntos Lebesgue-medibles de \mathbb{R} y \mathbb{R}^n
 - (b) Relación con la topología
 - (c) Aplicaciones
- (3) **Espacios medidos**
 - (a) Espacios medibles
 - (b) Espacios medidos
 - (c) Medidas borelianas
- (4) **La integral sobre un espacio medido**
 - (a) Integral de funciones simples medibles
 - (b) Integral de funciones positivas
 - (c) La integral de Lebesgue
- (5) **Cálculo integral**
 - (a) El teorema de Fubini
 - (b) Un teorema de cambio de variables
 - (c) Aplicaciones
- (6) **Espacios L^p**
 - (a) Espacios \mathcal{L}^p y L^p
 - (b) Convolución e introducción al análisis de Fourier
 - (c) Introducción a la dualidad

4. EVALUACIÓN

- 3 parciales ($3 \times 15\%$)
- Tareas y talleres (15%)
- 1 examen final (40%)

REFERENCES

- [Fol99] Gerald B. Folland. *Real analysis*. Pure and Applied Mathematics (New York). John Wiley & Sons Inc., New York, second edition, 1999. Modern techniques and their applications, A Wiley-Interscience Publication.
- [Rud87] Walter Rudin. *Real and complex analysis*. McGraw-Hill Book Co., New York, third edition, 1987.
- [SS05] Elias M. Stein and Rami Shakarchi. *Real analysis*. Princeton Lectures in Analysis, III. Princeton University Press, Princeton, NJ, 2005. Measure theory, integration, and Hilbert spaces.