

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
MATE 1209 - Cálculo 3 (Economía, Administración)
Parcial 4 - 18/11/2010
Sección 1

*Este examen tiene dos caras.
Las notas no se entregarán por correo.
Pueden pasar a la oficina H-402 si desean conocer su nota.*

Ejercicio 1 (3 puntos)

Se considera la función

$$f : \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y, z) & \longmapsto 2x - 4y - 2z + \frac{1}{2}x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 2xy + 2xz + 4yz. \end{cases}$$

1. Mostrar que f es una función estrictamente convexa sobre \mathbb{R}^3 . (1 punto)
Bono: dar una reducción de Gauss de la forma cuadrática $f''(x, y, z)$. (1 punto)
2. Mostrar que f tiene un único mínimo global sobre \mathbb{R}^3 . (2 puntos)

Ejercicio 2 (5 puntos)

Se considera el siguiente problema:

$$\text{minimizar } C(K, L) = 2K + 5L$$

bajo la restricción

$$120KL = q$$

1. Interpretar el problema en términos de función de costo y objetivo de producción. (1 punto)
2. Escribir el teorema de Lagrange para este problema y hallar la solución del sistema así definido. (2 puntos)
3. Aceptamos que el punto hallado es solución del problema. ¿Cuál es la función de costo mínimo en función del objetivo de producción q ? (1 punto)
4. ¿Cómo varía aproximadamente el costo mínimo de producción si el objetivo de producción aumenta de una unidad? (1 punto)

Ejercicio 3 (2 puntos)

Una empresa produce, a partir de K unidades de capital y L unidades de trabajo, una cantidad $P(K, L)$ de algún bien económico. Vende este producto por un precio unitario p . El costo unitario del capital es r y el costo unitario del trabajo es w .

1. ¿Cuál función

$$\pi(K, L, p, r, w)$$

representa lo que gana la empresa? (1 punto)

2. Para p, r, w fijos, sea (K^*, L^*) el punto en que la función

$$(K, L) \mapsto \pi(K, L, p, r, w)$$

tiene su máximo y sea π^* la función

$$\pi^*(p, r, w) = \pi(K^*, L^*, p, r, w).$$

Utilizando el teorema de la envolvente, calcular

$$\frac{\partial \pi^*}{\partial r}$$

e interpretar el resultado diciendo cómo aproximadamente varia π^* cuando el precio unitario del capital aumenta de una unidad. (1 punto)