Universidad de los Andes Departamento de Matemáticas

MATE 1209 - Cálculo 3 (Economía, Administración)

Parcial 3 - 28/10/2010

Sección 1

Este examen tiene dos caras

Ejercicio 1 (3 puntos)

1. Sea $R > 0$ y sea D la región
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq R^2\}.$$
Mostrar que
$$\iint_D \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}dxdy = \frac{\pi R^3}{6}.$$
(2 puntos)

   Indicación: se podrá dibujar D y usar coordenadas polares.

2. Mostrar que el volumen de la bola (en $\mathbb{R}^3$) de centro $(0, 0, 0)$ y de radio R es
$$\frac{4}{3}\pi R^3.$$
(1 punto)

Ejercicio 2 (3 puntos)

Se considera la región S del plano contenida entre la parábola de ecuación $y = x^2$ y la recta de ecuación $y = x + 2$.

1. Dibujar S y hallar las coordenadas de los puntos de intersección entre la parábola de ecuación $y = x^2$ y la recta de ecuación $y = x + 2$ (1 punto).

2. Mostrar que
$$\iint_S y\, dxdy = \frac{36}{5}.$$
(2 puntos)

Ejercicio 3 (4 puntos)

Se propone estudiar la función
$$f : (x, y) \longmapsto 4x - 2x^2 - 2y^2$$
sobre la región
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 25\}.$$

1. Justificar que f tiene un máximo global y un mínimo global sobre D (1 punto).

2. Se escribe $D = A \cup B$ donde

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 25\}$$

y

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 25\}.$$

   a) Mostrar que f tiene un máximo local sobre A (1 punto).

   b) Hallar el máximo global y el mínimo global de f sobre B (1 punto).

   c) Concluir (1 punto).