

Ejercicio 1. Determine los valores de b y c que hacen que la matriz simétrica

$$A = \begin{bmatrix} 0 & b & c \\ b & c & 0 \\ c & 0 & b \end{bmatrix} \text{ sea ortogonal.}$$

Ejercicio 2. Determine el mejor ajuste lineal y cuadrático para los siguientes conjuntos de datos. Realice también la gráfica correspondiente. (Puede usar computador para los cálculos y las gráficas)

(a) $X = \{(-2, 0), (-1, -1), (0, 1), (1, 0), (2, -2), (4, 3)\}$

(b) $Y = \{(0, 1), (-1, 6), (1, 0), (2, 3)\}$

Ejercicio 3. Calcule los vectores y valores propios de cada una de las siguientes matrices, determinando también las multiplicidades algebraicas y geométricas de sus valores propios:

$$(a) \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -7 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 10 & -9 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (c) \begin{bmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & -5 & -2 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 4. Considere la transformación $S : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ que representa una rotación de π radianes con respecto al eje z . Encuentre los valores propios y los espacios propios de S .

Ejercicio 5. Considere la matriz $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

(a) Compruebe que los únicos valores propios de la matriz A son 2 y 4.

(b) Encontrar la matriz diagonal D y una matriz C invertible que diagonalice a la matriz A , es decir, que $A = CDC^{-1}$.

(c) Encuentre una matriz Q ortogonal tal que $A = QDQ^T$

(d) Calcule $A^8 \mathbf{v}$ donde $\mathbf{v} = [0, 0, 1]$

Ejercicio 6. Determine si las siguientes matrices son diagonalizables, y en caso afirmativo encuentre una matriz diagonal D y una matriz invertible C tal que $A = CDC^{-1}$.

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (c) \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 7. Para cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas, determine qué tipo de cónica es (círculo, elipse, hipérbola, cónica degenerada) y realice la gráfica correspondiente.

(a) $3x^2 + 10xy + 3y^2 = 8$

(b) $4x^2 + 4xy + y^2 = 9$

(c) $2\sqrt{3}xy - 2y^2 = 1$

(d) $2x^2 + xy + y^2 = 2$

Ejercicio 8. El comportamiento de las ganancias por inversiones en tres empresas está descrito por las ecuaciones:

$$x'_1 = -x_1$$

$$x'_2 = -x_3$$

$$x'_3 = -x_2$$

donde x_1, x_2, x_3 son las ganancias en determinado tiempo t (medido en días), y x'_1, x'_2, x'_3 son las ganancias en el tiempo $t + 1$. Suponga que las ganancias el martes 13 de mayo fueron de 600, -10, 50 miles de USD, respectivamente.

(a) Determine las ganancias 20 días después.

(b) ¿Sería más conveniente retirarse después del día 20 o después del día 21? Justifique su respuesta.