

Este es un examen individual, no se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Recuerde apagar y guardar su teléfono celular.  
 Toda respuesta debe estar justificada matemáticamente! Respuestas sin justificación no tienen validez.  
 Tiempo máximo del examen es 80 minutos.

Nombre:

Código:

---

1. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifique su respuesta. Sean  $A, B \in M(n \times n)$  y  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ .

- (a) Si  $\det A = -3$  y  $B$  es invertible, entonces  $\det(BA^2B^{-1})^t = -9$ . (4 pts)
- (b) El volumen del paralelepípedo generado por  $\vec{u}$ ,  $-4\vec{v}$  y  $\frac{1}{4}\vec{w}$  es igual que el volumen del paralelepípedo generado por  $-2\vec{u}$ ,  $\frac{1}{6}\vec{v}$  y  $3\vec{w}$ . (4 pts)
- (c) Sea  $V = P_2$ . Si  $S = \{x - 1, x^2 + 2x\}$ , entonces  $(x + 2) \notin \text{gen}(S)$ . (4 pts)
- (d)  $W = \{A \in M(2 \times 2) : \det A = 0\}$  es un subespacio del espacio vectorial  $V = M(2 \times 2)$ . (4 pts)

2. Sean  $A = \begin{pmatrix} 3 & \alpha & 0 \\ \alpha & \alpha^2 + 1 & \alpha - 5 \\ -3 & \alpha^2 & 0 \end{pmatrix}$  y  $\vec{b} = \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ \pi \\ -1 \end{pmatrix}$ .

- (a) Determine todos los valores de  $\alpha \in \mathbb{R}$  tal que el sistema  $A\vec{x} = \vec{b}$  tiene exactamente una única solución. (7 pts)
  - (b) Para los valores de  $\alpha$  se ha obtenidos en la parte (a), diga si las columnas de la matriz  $A$  hacen una base para  $\mathbb{R}^3$  o no. (2 pts)
3. Determine si  $W = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 : \langle \vec{x}, \vec{a} \rangle = 0, \vec{a} = (-2, 1, 3) \in \mathbb{R}^3\}$  es un subespacio de  $\mathbb{R}^3$ . Si lo es, encuentre una base para  $W$  y  $\dim W$ . ( $\langle \vec{x}, \vec{a} \rangle$  es el producto punto de dos vectores  $\vec{x}$  y  $\vec{a}$ ) (12 pts)

4. Sea  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  una función dada por  $T(p(x)) = \begin{pmatrix} p'(0) \\ 3p(0) \end{pmatrix}$ . Determine si  $T$  es una transformación lineal. Si lo es, encuentre su espacio nulo (kernel), imagen, nulidad y rango. (13 pts)