

Nombre: _____ Código: _____

Duración: 80 minutos

Ejercicio 1. [10 pts, 5 c/u]

- (a) Encuentre la ecuación paramétrica de la recta ℓ formada por la intersección de los planos $x + 2y + 2z = 1$ y $x + z = 0$.
- (b) Determine la ecuación cartesiana del plano \mathcal{P} que contiene a la recta ℓ y pasa por el punto $A = (1, 0, 0)$.

Ejercicio 2. [12 pts, 6 c/u] Sea A la matriz dada por $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

- (a) Encuentre el determinante de la matriz A .
- (b) Determine el valor de la variable y en la solución del siguiente sistema de ecuaciones. Describa precisamente el método que va a utilizar.

$$\begin{cases} x + y + w = 3 \\ x + y + z = 0 \\ y + z + w = 1 \\ x + z + w = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 3. [12 pts] Considere la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

- (a) [8 pts] Encuentre la inversa de la matriz A , justificando completamente su respuesta.
- (b) [4 pts] Utilice A^{-1} para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x - 3y + z = 2 \\ 2y + z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -3x_1 + x_3 = 1 \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$$

Ejercicio 4. [16 pts] Verdadero-Falso

- (a) [10 pts, 2 c/u] Diga si cada uno de los siguientes enunciados es verdadero o falso.
- (i) Existen infinitos valores de a, b, c para los que la recta ℓ con ecuaciones

$$\begin{aligned} x &= 1 + t \\ y &= 2 - 2t \\ z &= -1 + t \end{aligned}$$

está contenida en el plano que pasa por el punto $(1, 2, -1)$ y cuyo vector normal es $\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$.

- (ii) Si A es una matriz de tamaño $n \times n$ y $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0}$ entonces $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.
- (iii) Si A, B son matrices de tamaño 2×2 con $\det(A) = 3$ y $\det(B^{-1}) = 5$, entonces

$$\det(3AB^T) = \frac{27}{5}.$$

- (iv) El área del triángulo en \mathbb{R}^3 cuyos vértices están dados por los puntos $A = (1, 0, -1)$, $B = (2, 2, -1)$ y $C = (3, 0, -1)$ es 4 unidades cuadradas.

- (v) Existen infinitos valores reales de α para los cuales la matriz $\begin{bmatrix} 3 - \alpha & \alpha - 7 & \alpha + 10 \\ 1 & -2 & 3 \\ -\alpha & \alpha - 1 & \alpha + 1 \end{bmatrix}$ es invertible.

- (b) [6 pts] Justifique claramente **dos** de sus decisiones en la parte (a).

Nombre: _____ Código: _____

Duración: 80 minutos

Comprendo que la evaluación es una oportunidad para demostrar lo que he aprendido y para recibir retroalimentación sobre qué y cómo puedo mejorar mi proceso de aprendizaje. Me comprometo a responder la siguiente evaluación honrando los valores Uniandinos de excelencia e integridad, dando cuenta de mi esfuerzo personal y mis aprendizajes y siguiendo de buena fe las instrucciones que he recibido para su realización.

Respaldo esta declaración [2 pts]

Ejercicio 5. [10 pts, 5 c/u]

- (a) Encuentre la ecuación paramétrica de la recta ℓ formada por la intersección de los planos $x + 2y + 2z = 1$ y $x + y = 0$.
- (b) Determine la ecuación cartesiana del plano \mathcal{P} que contiene a la recta ℓ y pasa por el punto $A = (1, 0, 0)$.

Ejercicio 6. [12 pts, 6 c/u] Sea A la matriz dada por $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

- (a) Encuentre el determinante de la matriz A .
- (b) Determine el valor de la variable y en la solución del siguiente sistema de ecuaciones. Describa precisamente el método que va a utilizar.

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y + w = 0 \\ y + z + w = 1 \\ x + z + w = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 7. [12 pts] Considere la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

- (a) [8 pts] Encuentre la inversa de la matriz A , justificando completamente su respuesta.
- (b) [4 pts] Utilice A^{-1} para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x - 3y + z = 2 \\ 2y + z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -3x_1 + x_3 = 1 \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$$

Ejercicio 8. [16 pts] Verdadero-Falso

- (a) [10 pts, 2 c/u] Diga si cada uno de los siguientes enunciados es verdadero o falso.
- (i) Existen infinitos valores de a, b, c para los que la recta ℓ con ecuaciones

$$\begin{aligned} x &= 1 + t \\ y &= 2 - 2t \\ z &= -1 + t \end{aligned}$$

está contenida en el plano que pasa por el punto $(1, 2, -1)$ y cuyo vector normal es $\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$.

- (ii) Si A es una matriz invertible de tamaño $n \times n$ y $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0}$ entonces $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.
- (iii) Si A, B son matrices de tamaño 2×2 con $\det(A) = 3$ y $\det(B^{-1}) = 5$, entonces

$$\det(3AB^T) = \frac{27}{5}.$$

- (iv) El área del triángulo en \mathbb{R}^3 cuyos vértices están dados por los puntos $A = (1, 0, -1)$, $B = (2, 2, -1)$ y $C = (3, 0, -1)$ es 2 unidades cuadradas.

- (v) Existen infinitos valores reales de α para los cuales la matriz $\begin{bmatrix} 3 - \alpha & \alpha - 7 & \alpha + 10 \\ 1 & -2 & 3 \\ -\alpha & \alpha - 1 & \alpha + 1 \end{bmatrix}$ es invertible.

- (b) [6 pts] Justifique claramente **dos** de sus decisiones en la parte (a).