

MATE1105 - ÁLGEBRA LINEAL 1 - PARCIAL 1

NOMBRE: _____

CÓDIGO: _____

Este es un examen individual, no se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Tiempo máximo 1 hora y 20 minutos.

Para los ejercicios 1 y 2 considere las siguientes matrices y vectores:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \quad u = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 1. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifique su respuesta.

(a) (5pts) la ecuación matricial $(AB) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = u$ tiene infinitas soluciones.

(b) (5pts) $\det((B^{-1}A)^T) = 1$.

(c) (5pts)

$$\text{Proy}_{u \times v}(u) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2. Considere la matriz

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(6pts) Muestre que C es invertible y calcule su inversa.

(4pts) Calcule el determinante de C utilizando Gauss-Jordan (no la fórmula del determinante).

Ejercicio 3. (10 pts) Encuentre todas las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones lineales en variables $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$:

$$\begin{aligned} x_4 + x_5 + 2x_6 &= 0 \\ x_2 + 3x_4 + 2x_5 + 3x_6 &= 0 \\ x_3 + x_5 - x_6 &= 0 \end{aligned}$$

Ejercicio 4. Considere los puntos

$$P = (1, -1, 1) \quad Q = (2, 0, -2) \quad R = (0, 2, 1).$$

(a) (7pts) Encuentre la ecuación del plano π que pasa por dichos puntos.

- (b) (5pts) Encuentre la ecuación de la recta que es intersección del plano π del punto anterior y el plano π' dado por la ecuación

$$x - y + z = 1$$

- (c) (3pts) Encuentre un punto que esté en el plano π' pero que NO esté en el plano π .

Ejercicio extra. (2 pts) Sea A una matriz de $n \times n$. Demuestre que $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.