

# Álgebra Lineal, Parcial 1

## martes 10 de septiembre de 2024

*Instrucciones:* Este examen es de *80 minutos*. No se permite utilizar notas ni calculadoras ni ningún otro tipo de ayuda. Por favor escriba su nombre en este tema y también en su hoja de examen. Justifique sus respuestas.

1. Dé un ejemplo de cada uno de los siguientes.

(a) (4 puntos) Una recta contenida en el plano  $2x-y+3z=6$ .

(b) (4 puntos) Un sistema lineal de tres ecuaciones y dos variables que tiene una única solución.

(c) (4 puntos) Un vector  $\mathbf{u}$  en  $\mathbb{R}^3$ , diferente del vector cero, tal que  $\mathbf{u} \times \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

2. Considere el sistema

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 - 2x_5 = 12 \\ 4x_1 + 8x_2 + 12x_3 + x_4 - 5x_5 = 28 \\ -x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 + 2x_5 = -10 \end{cases}$$

(a) (2 puntos) Escriba la matriz aumentada que representa el sistema..

(b) (6 puntos) Calcule la forma escalonada reducida de su matriz aumentada

(c) (4 puntos) Halle la solución general del sistema.

3. Sea  $L$  la recta en  $\mathbb{R}^4$  que pasa por el origen y el punto  $(-1, 3, 5, -3)$  y  $M$  la recta en  $\mathbb{R}^4$  que pasa por los puntos  $(4, 1, 0, 2)$  y  $(5, 2, -1, 1)$ .

(a) (2 puntos) Escriba ecuaciones paramétricas para  $L$  y para  $M$ .

(b) (3 puntos) ¿Las dos rectas son paralelas? Por qué o por qué no?

(c) (3 puntos) ¿Las dos rectas son perpendiculares? Por qué o por qué no?

(d) (5 puntos) ¿Las dos rectas se intersecan entre sí? Por qué o por qué no?

4. Sea  $M = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

(a) (6 puntos) Demuestre que  $\|M\mathbf{u}\| = \sqrt{2}\|\mathbf{u}\|$  para todo vector  $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$  en  $\mathbb{R}^2$ .

(b) (6 puntos) Suponga que  $M\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ . Demuestre que  $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ .