Matemáticas 1105, 2018 Semestre II, Examen Parcial 1
31 de agosto, 2018

Duración del examen: 80 minutos

NOMBRE: **CÓDIGO:**

Por favor escriba sus respuestas en una hoja aparte, pero entregue la hoja de los enunciados con la hoja con sus respuestas.

Puntos importantes:

1. No se permite el uso de ayudas de **ningún** tipo: calculadora, cuadernos, notas, aparatos electrónicos, celular, etc.
2. Respete el juramento uniandino: "Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma Universidad".
3. Antes de las 2 p.m. no se permite voltear esta hoja ni empezar a escribir respuestas.
4. Si sigue escribiendo, borrando, o modificando sus respuestas después de las 3:20 p.m., podría incurrir una penalidad o inclusive una nota de 0 en este examen.
5. Respuestas sin justificación no recibirán puntos.
6. Durante el examen no se contestarán preguntas.

Temas tratados: todos los temas de las secciónes 1.1-1.4 y 3.1-3.5 del texto de Grossman.

1. Cada punto abajo tiene un sistema de ecuaciones lineales. Resuelva el sistema, dando **todas** las soluciones para las variables. Es posible que algunos sistemas tienen infinitas soluciones, o que no tienen ninguna solución.

   (a)
   $$2x + 3y = -2$$
   $$3x + y = 4$$

   (b)
   $$x_1 + x_2 - x_3 = 0$$
   $$3x_1 - x_2 + 2x_3 = 6$$
   $$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 7$$

   (c)
   $$x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 1$$
   $$3x_1 + 5x_2 + x_3 - 6x_4 = 15$$

   (d)
   $$3x_1 + 2x_2 = 0$$
   $$x_1 + x_2 = 0$$
   $$5x_1 - x_2 = 0$$

2. Sea P el plano que contiene los puntos $(1, 3, 9)$, $(2, 4, 9)$ y $(1, 4, 10)$.

   (a) Encuentre una ecuación para los puntos del plano P. Su ecuación debería estar en la forma "$ax + by + cz = d$".

   (b) Está $(1, 1, 1)$ en el plano P o no?

3. Para cada matriz abajo, diga si está en forma escalonada reducida por renglones o no. En caso que no lo es, realice operaciones elementales con renglones para ponerla en esa forma.

   (a)
   $$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 & 14 \\ 0 & 0 & 2 & -6 \end{pmatrix}$$

   (b)
   $$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(c)

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(d)

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -11 & 13 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Sea L la recta que pasa por los puntos $(2, 1, 4)$ y $(3, 3, 3)$.

   (a) Encuentre una ecuación paramétrica para L.

   (b) Encuentre tres puntos más que están en la recta L.

   (c) La recta L pasa por el punto $(0, 0, 0)$ o no?

5. Sean

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

   Encuentre un vector $\mathbf{w}$ tal que $\mathbf{u} - \mathbf{w}$ es ortogonal a $\mathbf{v}$.

Matemáticas 1105, 2018 Semestre II, Examen Parcial 2
21 de septiembre, 2018

Duración del examen: 80 minutos

NOMBRE: **CÓDIGO:**

Por favor escriba sus respuestas en una hoja aparte, pero entregue la hoja de los enunciados con la hoja con sus respuestas.

Puntos importantes:

1. No se permite el uso de ayudas de **ningún** tipo: calculadora, cuadernos, notas, aparatos electrónicos, celular, etc.

2. Respete el juramento uniandino: "Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma Universidad".

3. Antes de las 2 p.m. no se permite voltear esta hoja ni empezar a escribir respuestas.

4. Si sigue escribiendo, borrando, o modificando sus respuestas después de las 3:20 p.m., podría incurrir una penalidad o inclusive una nota de 0 en este examen.

5. Respuestas sin justificación no recibirán puntos.

6. Durante el examen no se contestarán preguntas.

Temas tratados: todos los temas de las secciónes 1.1-1.10, 2.1, 2.2, 2.4 y 3.1-3.5 del texto de Grossman.

1. (a) (8 puntos) Encuentre la forma general para todas las soluciones al sistema abajo. Luego, encuentre **tres soluciones distintas** al sistema.

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - x_2 &= 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 &= 2 \end{aligned}$$

   (b) (1 punto) ¿Es la matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

   invertible o no?

2. Sea

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

   (a) (6 puntos) Calcule $\det(A)$.

   (b) (1 punto) ¿Es A invertible o no?

3. Sea

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 4 & 8 & 8 & 2 \end{pmatrix}.$$

   (a) (7 puntos) Calcule B^{-1}.

   (b) (3 puntos) Encuentre la solución a

$$B \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

4. (6 puntos) Calcule el determinante de

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 7 & 2 & 3 & -1 \\ 5 & 12 & 11 & 10 & 9 \end{pmatrix}.$$

5. (6 puntos) Si

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix},$$

encuentre una matriz E tal que $D \cdot E = I_2$.

6. (12 puntos) **Verdadero o Falso:** Para cada afirmación abajo, indique si es Verdadera (V) o Falsa (F). **En caso que es falsa, debe dar un contraejemplo concreto.**

   Por ejemplo, si la afirmación fuera "Toda matriz A que es simétrica es invertible", entonces la respuesta correcta sería Falsa, y podría dar el contraejemplo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

   (a) Toda matriz cuadrada A tal que $A^3 = 0$ (donde "0" denota una matriz cuyas entradas son todas 0), entonces $\det(A) = 0$.

   (b) Si A es una matriz invertible, entonces $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ tiene una solución en $\mathbf{x}$ para cualquier vector $\mathbf{b}$ del tamaño apropiado.

   (c) Si A y B son dos matrices $n \times n$, entonces

$$\det(A + B) = \det(A) + \det(B).$$

   (d) Para toda matriz cuadrada A, $\det(-A) = -\det(A)$.

   (e) Si A es invertible, entonces A^t es invertible tambíen.

Matemáticas 1105, 2018 Semestre II, Examen Parcial 3
31 de septiembre, 2018

Duración del examen: 80 minutos

NOMBRE: **CÓDIGO:**

Por favor escriba sus respuestas en una hoja aparte, pero entregue la hoja de los enunciados con la hoja con sus respuestas.

Puntos importantes:

1. No se permite el uso de ayudas de **ningún** tipo: calculadora, cuadernos, notas, aparatos electrónicos, celular, etc.
2. Respete el juramento uniandino: "Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma Universidad".
3. Antes de las 2 p.m. no se permite voltear esta hoja ni empezar a escribir respuestas.
4. Si sigue escribiendo, borrando, o modificando sus respuestas después de las 3:20 p.m., podría incurrir una penalidad o inclusive una nota de 0 en este examen.
5. Respuestas sin justificación no recibirán puntos.
6. Durante el examen no se contestarán preguntas.

Temas tratados: todos los temas de las secciónes 4.1-4.7 y 5.1-5.2 del texto de Grossman.

1. (8 puntos) Para cada conjunto de vectores abajo, encuentre un valor de x que hace que son linealmente **dependientes**.

   (a)
$$\left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ x \end{pmatrix} \right\}$$

   (b)
$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ x \end{pmatrix} \right\}$$

2. (8 puntos) Es
$$\left\{ \begin{pmatrix} 2x_1 + 3x_2 + 1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} : x_1, x_2 \in \mathbb{R} \right\}$$
   un subespacio de $\mathbb{R}^3$ o no? Justifique claramente su respuesta.

3. (12 puntos) Para cada matriz A abajo, encuentre (i) una base para R_A, (ii) una base para C_A, (iii) una base para N_A y (iv) el rango de A.

   (a)
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

   (b)
$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

4. (6 puntos) Encuentre valores para x y y para los cuales la matriz abajo tiene rango 3. Justifique claramente su respuesta.
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & x & y & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5. (6 puntos) Demuestre que la función $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definida por la regla
$$T\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} \sin(x_1) \\ \sin(x_2) \end{pmatrix}$$
   no es una transformación lineal.

6. (10 puntos) Sea $T : M_{2,2} \to \mathbb{R}^2$ la transformación lineal entre $M_{2,2}$ (el espacio de matrices $2x2$) y $\mathbb{R}^2$ definida por la regla

$$T(A) = A \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

   (a) Encuentre una base para la imagen de T.

   (b) Encuentre una base para el núcleo de T.

   No es necesario verificar que T es una transformación lineal.