

*Escuela de Física-Matemática 2010*

*Métodos del  
Análisis Funcional en  
Relatividad General y  
Mecánica Cuántica*

*Departamento de Matemáticas*

*Universidad de los Andes*

*31 Mayo – 4 Junio 2010*

Morning lectures	9
Sergio Cacciatori: <i>Weyl alternative, separation of variables and selfadjointness of the Dirac operator</i>	9
Alexander Cardona: <i>Trazas y determinantes regularizados de operadores diferenciales y sus aplicaciones en física cuántica</i>	9
Gian Michele Graf: <i>A tutorial on the quantum Hall effect</i>	10
Osanobu Yamada: <i>An Introduction to the spectral theory of Dirac operators</i>	10
Short communications	12
Camilo Angulo: <i>La solución de Kerr inspirada en geometría no conmutativa</i>	12
Alonso Botero: <i>How quantum entanglement sheds new light into the infinities of field theory</i>	12
César Chacón: <i>Dinámica del comportamiento fractal de las estructuras a gran escala del Cosmos</i>	13
Francesco Dalla Piazza: <i>Pair-production of charged Dirac particles on charged Nariai and ultracold black hole manifolds</i>	13
Arnaldo de la Barrera: <i>Aplicaciones de las bases de Riesz en la mecánica cuántica</i>	13
Leon Escobar Diaz: <i>Consideraciones en Relatividad general con tensor de torsión no nulo</i>	14
Alejandro Guarnizo Trilleras: <i>Término de Frontera en Teorías de Gravedad Modificada <math>f(R)</math>: Ecuaciones de campo en el Formalismo Métrico</i>	14
German Lemoine: <i>Equivalencia de masa y energía</i>	15

Vladimir Peña Suárez: <i>Dimension Fractal: Enfoque alternativo para la teoría de ondas de densidad en las galaxias Seyfert</i>	15
Servio Tulio Pérez-Merchancano: <i>Fotones, puntos cuánticos acoplados y qubits</i>	15
Andrés Reyes: <i>Canonical group quantization and self-adjoint generators of symmetries</i>	17
Wilson Alexander Rojas Castillo: <i>Termodinámica de un gas de fotones en la vecindad de una superficie de Schwarzschild</i>	17

---

---

Lunes, 31 de Mayo (Salón: R-209)

---

---

8:00 – 9:00 *Registration*

---

9:00 – 9:15 *Opening*

---

9:15 – 10:15 Gian Michele Graf: *A tutorial on the quantum Hall effect I*

---

10:15 – 11:15 Osanobu Yamada: *An Introduction to the spectral theory of Dirac operators I*

---

11:15 – 11:45 Break

---

11:45 – 12:45 Sergio Cacciatori: *Weyl alternative, separation of variables and selfadjointness of the Dirac operator I*

---

12:45 – 14:00 Lunch Break

---

14:00 – 15:00 Alexander Cardona: *Trazas y determinantes regularizados de operadores diferenciales y sus aplicaciones en física cuántica I*

---

15:00 – 15:30 Camilo Angulo Santacruz: *La solución de Kerr inspirada en geometría no conmutativa*

---

15:30 – 16:00 Break

---

16:00 – 16:30 Leon Escobar Diaz: *Consideraciones en Relatividad general con tensor de torsión no nulo*

---

16:30 – 17:00 Andrés Reyes: *Cuantización canónica de grupos y generadores autoadjuntos de simetrías*

---

---

---

Martes, 1 de Junio (Salón: R-109)

---

---

9:00 – 10:00 Gian Michele Graf: *A tutorial on the quantum Hall effect II*

---

10:00 – 11:00 Osanobu Yamada: *An Introduction to the spectral theory of Dirac operators II*

---

11:00 – 11:30 Break

---

11:30 – 12:30 Sergio Cacciatori: *Weyl alternative, separation of variables and selfadjointness of the Dirac operator II*

---

12:30 – 14:00 Lunch Break

---

14:00 – 15:00 Alexander Cardona: *Trazas y determinantes regularizados de operadores diferenciales y sus aplicaciones en física cuántica II*

---

15:00 – 15:30 Francesco Dalla Piazza: *Pair-production of charged Dirac particles on charged Nariai and ultracold black hole manifolds*

---

15:30 – 16:00 Break

---

16:00 – 16:30 Wilson Alexander Rojas Castillo: *Termodinámica de un gas de fotones en la vecindad de una superficie de Schwarzschild*

---

16:30 – 17:30 German Lemoine: *Equivalencia de masa y energía según los escritos de Einstein*

---

---

---

Miercoles, 2 de Junio (Salón: R-209)

---

---

9:00 – 10:00 Gian Michele Graf: *A tutorial on the quantum Hall effect III*

---

10:00 – 11:00 Osanobu Yamada: *An Introduction to the spectral theory of Dirac operators III*

---

11:00 – 11:30 Break

---

11:30 – 12:30 Sergio Cacciatori: *Weyl alternative, separation of variables and selfadjointness of the Dirac operator III*

---

---

---

Jueves, 3 de Junio (Salón: R-109)

---

---

9:00 – 10:00 Gian Michele Graf: *A tutorial on the quantum Hall effect IV*

---

10:00 – 11:00 Osanobu Yamada: *An Introduction to the spectral theory of Dirac operators IV*

---

11:00 – 11:30 Break

---

11:30 – 12:30 Sergio Cacciatori: *Weyl alternative, separation of variables and selfadjointness of the Dirac operator IV*

---

12:30 – 14:00 Lunch Break

---

14:00 – 15:00 Alexander Cardona: *Trazas y determinantes regularizados de operadores diferenciales y sus aplicaciones en física cuántica III*

---

15:00 – 15:30 Alejandro Guarnizo Trilleras: *Término de Frontera en Teorías de Gravedad Modificada  $f(R)$  : Ecuaciones de campo en el Formalismo Métrico*

---

15:30 – 16:00 Break

---

16:00 – 16:30 César Chacón: *Dinámica del comportamiento fractal de las estructuras a gran escala del Cosmos*

---

16:30 – 17:00 Vladímir Jearim Peña Suárez: *Dimension Fractal: Enfoque alternativo para la teoría de ondas de densidad en las galaxias Seyfert*

---

---

---

Viernes, 4 de Junio (Salón: R-209)

---

---

9:00 – 10:00 Gian Michele Graf: *A tutorial on the quantum Hall effect V*

---

10:00 – 11:00 Osanobu Yamada: *An Introduction to the spectral theory of Dirac operators V*

---

11:00 – 11:30 Break

---

11:30 – 12:30 Sergio Cacciatori: *Weyl alternative, separation of variables and selfadjointness of the Dirac operator V*

---

12:30 – 14:00 Lunch Break

---

14:00 – 15:00 Alexander Cardona: *Trazas y determinantes regularizados de operadores diferenciales y sus aplicaciones en física cuántica IV*

---

15:00 – 15:30 Arnaldo de la Barrera: *Aplicaciones de las bases de Riesz en la mecánica cuántica*

---

15:30 – 16:00 Break

---

16:00 – 16:30 Servio Tulio Pérez-Merchancano: *Fotones, puntos cuánticos acoplados y qubits*

---

16:30 – 17:00 Alonso Botero: *How quantum entanglement sheds new light into the infinities of field theory*

---

---



# *Morning Lectures*

*Sergio Cacciatori* (Università dell'Insubria, Italy)

## **Weyl alternative, separation of variables and self-adjointness of the Dirac operator**

I will first review some simple methods typically used to check (essential) self-adjointness of ordinary differential operators (the so called Weyl alternative theorem). Next I will discuss how such methods can be extended to partial derivative operators (when variables separate) and I will apply such methods to the Dirac operator on an interesting general class of separable Lorentzian backgrounds.

*Alexander Cardona* (Universidad de los Andes, Bogotá)

## **Trazas y determinantes regularizados de operadores diferenciales y sus aplicaciones en física cuántica**

Trazas y determinantes regularizados, de operadores diferenciales y pseudo-diferenciales, juegan un papel importante en la explicación de algunos fenómenos cuánticos tales como las anomalías en teorías cuánticas de campos y, más recientemente, el cálculo de fases asociadas a la evolución adiabática de algunos sistemas físicos. Durante estas charlas se explicarán los fundamentos matemáticos de la teoría, y se aplicarán los principales resultados en el área a algunos casos particulares de interés físico que ilustran su relevancia.

Regularized traces and determinants, of differential and pseudo-differential operators, are recognized to play an essential role in the explanation of quantum phenomena such as anomalies in quantum field theory and, recently, computation of phases associated to the adiabatic evolution of quantum systems. In this lecture series we will review the mathematical foundations of the theory and apply the main results of the field to some particular cases in order to show physical applications in which the relevance of these tools is explicit.

*Gian Michele Graf* (ETH Zürich, Switzerland)

## A tutorial on the quantum Hall effect

We will begin by reviewing the experimental facts defining the Classical and the Quantum Hall Effect (QHE), both integer and fractional. In the simplest setting the integer values of the Hall conductance will be explained in terms of Landau levels, and the role of disorder in the formation of plateaus will be addressed semi-classically. More generally, we will review various characterizations of the Hall conductance (due to Laughlin, Thouless, and Halperin) in terms of a charge pumped by a magnetic flux, of a bulk current induced by an electric field, or of edge currents. Each approach comes with a seemingly different explanation of integrality.

*Osanobu Yamada* (Ritsumeikan University, Japan)

## An Introduction to the spectral theory of Dirac operators

The Dirac equation as well as the Schrödinger equation has played an important role in quantum mechanics. However, there are many differences between them from the view of the theory of partial differential equations. For example, Schrödinger operators

$$S = -\frac{1}{2m}\Delta + V(x)$$

are bounded below in many cases, while Dirac operators

$$H := c \sum_{j=1}^3 \alpha_j \left( -i \frac{\partial}{\partial x_j} \right) + mc^2 \beta + V(x)$$

are usually unbounded below and above. Here  $c > 0$  is the velocity of light,  $m$  the rest mass of the particle, and  $V(x)$  is a real-valued potential, which is one of difficulties to study the Dirac operator.

I would like to give survey lectures on the spectral theory of Dirac operators, which I have been interested in.

We will introduce some important results on the following questions:

1. If  $V(x)$  has a singularity like the Coulomb potential  $V(x) = e/r$  at the origin, is  $H$  essentially self-adjoint?
2. If  $V(x)$  decays at infinity, is the spectrum absolutely continuous in the complement of the interval  $[-mc^2, mc^2]$  ?

3. If  $V(x)$  diverges at infinity, how is the spectrum of  $H$ ? Then, is the spectrum of  $H$  concentrated at some eigenvalues of  $S$  in the non-relativistic limit  $c \rightarrow \infty$ ?
4. Do any embedded eigenvalues exist in the continuous spectrum in the above cases (2) or (3)?

Concerning the problem of (2) we would like to mention also some results of Dirac operators in the Kerr-Newman metric.

# *Short Communications*

*Camilo Angulo* (Universidad de los Andes, Colombia)

## **La solución de Kerr inspirada en geometría no conmutativa**

Una de las consecuencias asociadas a introducir operadores no conmutativos como coordenadas, es el hecho de que la función delta, que modela la amplitud entre estados en mecánica cuántica, suaviza el operador de posición volviendolo a una distribución Gaussiana. Aunque esto no refleje el efecto total de la no conmutatividad, si es una consecuencia particularmente importante; pues remueve las singularidades puntuales de las soluciones de Schwarzschild y Reissner-Nordstrøm. En este contexto, parece ser de gran importancia investigar las consecuencias de este fenómeno en singularidades anulares, como las que aparecen en el caso de la solución de Kerr. Así comenzando con un tensor de energía momento anisotrópico y un ansatz general para una métrica con simetría axial, junto con una distribución de la masa arbitraria (e.g. Gaussiana) derivaremos el sistema completo de las ecuaciones de Einstein que una solución Kerr, inspirada en la no conmutatividad de las coordenadas, debería satisfacer.

*Non-commutative geometry inspired Kerr metric*

One of the effects of noncommutative coordinate operators is that the delta-function connected to the quantum mechanical amplitude between states gets the position operator smeared from sharp to a Gaussian distribution. Although this is not the full account of effects of non commutativity, this effect is in particular important, as it removes the point singularities of Schwarzschild and Reissner-Nordstrøm solutions. In this context, it seems to be of some importance to probe also into ring-like singularities which appears in the Kerr case. In particular, starting with an anisotropic energy-momentum tensor and a general axial-symmetric ansatz of the metric together with an arbitrary mass distribution (e.g. Gaussian) we derive the full set of Einstein equations that the non commutative inspired Kerr solution should satisfy.

*Alonso Botero* (Universidad de los Andes, Colombia)

## **How quantum entanglement sheds new light into the infinities of field theory**

I will show that for a whole class of generally entangled “in” and “out” states in

quantum field theory, some of the common divergences, such as zero-point energies and the short-distance behavior of propagators, are absent. These results point to possible new approaches to regularization of divergences in renormalizable theories.

**César Chacón** (Universidad Nacional de Colombia, Bogotá)

### **Dinámica del comportamiento fractal de las estructuras a gran escala del Cosmos**

Se exponen los fundamentos físicos (observacionales y teóricos) más importantes de la cosmología fractal, los primeros desarrollos teóricos de la dinámica gravitacional a partir del principio cosmológico condicional propuesto por Mandelbrot, y las áreas de investigación más interesantes de esta nueva visión del universo.

In the present paper is exposed the most important cosmological physical foundations (observational and theoretical), the first theoretical developments in gravitational dynamics based in conditional cosmological principle proposed by Mandelbrot, and the most interesting research areas of this new vision of the universe.

**Francesco Dalla Piazza** (Università dell'Insubria, Italy)

### **Pair-production of charged Dirac particles on charged Nariai and ultracold black hole manifolds**

The talk will be based on the paper *Pair-production of charged Dirac particles on charged Nariai and ultracold black hole manifolds*.

**Arnaldo de la Barrera** (Universidad de Pamplona)

### **Aplicaciones de las bases de Riesz en la mecánica cuántica**

Una base de Riesz es una base de Schauder equivalente a una base ortonormal. Estas son el soporte teórico del análisis de Fourier no armónico y juegan un papel importante en los trabajos de Paley y Wiener sobre estabilidad de bases. Trabajos recientes como Strandell [3] en torno a procesos estocásticos estacionarios y Mostafazadeh [1] en su trabajo alrededor de la mecánica cuántica pseudo-Hermitiana nos muestra su importancia. El objetivo de esta charla es hacer una introducción a las bases de Riesz y relacionarlas con tópicos tales como: operadores Hermitianos, unitarios, operadores métricos y pseudo-métricos, los cuales juegan un papel importante en el estudio de la mecánica cuántica pseudo-

Hermitiana.

[1] A. Mostafazadeh. Pseudo- Hermitian Quantum Mechanics, 28 Nov 2008 Department of Mathematics, Koc University ([arXiv:0810.5643v2](https://arxiv.org/abs/0810.5643v2) [quant-ph]).

[2] R. Paley, N. Wiener. Fourier transforms in the complex domain, Am. Math. Soc. Colloq. Publ. Vol. 19. Am. Math. Soc., New York, (1934).

[3] G. Strandell. Stationary in Hilbert spaces, U.U.D.M. Report 2001:31, ISSN 1101-3591, Department of Mathematics, Uppsala University, (2001).

[4] R. M. Young. An introduction to Nonharmonic Fourier Series, Academic Press, New York, (1980).

***Leon Escobar Diaz*** (Universidad del Valle)

### **Consideraciones en Relatividad general con tensor de torsión no nulo**

Para construir una conexión afín en la teoría de la relatividad general (GR), se suponen dos condiciones: la primera es la condición de métrica compatible, la segunda condición de simetría de la conexión afín, también conocida como condición de torsión libre.

En esta charla, se exponen algunas consecuencias que surgen sobre las trayectorias geodésicas cuando la condición de torsión libre es violada.

***Alejandro Guarnizo Trilleras*** (Observatorio Astronómico Nacional, Universidad Nacional de Colombia)

### **Término de Frontera en Teorías de Gravedad Modificada $f(R)$ : Ecuaciones de campo en el Formalismo Métrico**

El objetivo principal de la charla es obtener las ecuaciones de campo en el formalismo métrico de gravedad modificada  $f(R)$ , usando principios variacionales elementales y añadiendo un termino de frontera en la acción. Primero empezamos dando un breve resumen de la acción de Einstein-Hilbert junto con el termino de Gibbons-York-Hawking, el cual es mencionado en alguna literatura, pero es generalmente despreciado. A continuación presentamos en detalle las ecuaciones de campo en el formalismo métrico  $f(R)$ , incluyendo la discusión sobre fronteras y comparando con el equivalente en Relatividad General.

The main goal of this talk is to get in a straightforward form the field equations in metric  $f(R)$  gravity, using elementary variational principles and adding a boundary term in the action. We start with a brief review of the Einstein-Hilbert action, together with the Gibbons-York-Hawking boundary term, which is mentioned in some literature, but is generally missing. Next we present in

detail the field equations in metric  $f(R)$  gravity, including the discussion about boundaries, and we compare with the Gibbons-York-Hawking term in General Relativity. We notice that this boundary term is necessary in order to have a well defined extremal action principle under metric variation.

***German Lemoine***

### **Equivalencia de masa y energía**

Se muestran las diferentes “demostraciones” que dio Einstein de su conocida equivalencia de masa y energía.

Tomaría los escritos de Einstein:

- The meaning of relativity 1923
- Dynamics of the Slowly Accelerated Electron 1905
- Does the inertia of a body depend upon its energy-content? 1905
- An Elementary Derivation of the Equivalence of Mass and Energy 1946

***Vladimir Peña Suárez*** (Universidad Industrial de Santander)

### **Dimension Fractal: Enfoque alternativo para la teoría de ondas de densidad en las galaxias Seyfert**

La actividad dinámica de las regiones nucleares de las galaxias espirales tipo Seyfert (Galaxias de Nucleo Activo) depende fuertemente de la correlación entre la formación estelar, evidenciada en los brazos de la galaxia y el polvo interestelar del disco galáctico. Este proceso evolutivo puede entenderse a la luz de la Teoría de Ondas de Densidad y el planteamiento de un criterio de inestabilidad gravitacional tal como el Parámetro de Toomre. Con base en el enfoque de la Geometría Fractal que ha permitido replantear algunas características del Medio Interestelar, se presentará un análisis que pretende enriquecer el estudio de esta correlación referida, así como una reflexión de la Teoría en si misma, sus cantidades y definiciones, a la luz de esta metodología.

***Servio Tulio Pérez-Merchancano*** (Universidad del Cauca)

### **Fotones, puntos cuánticos acoplados y qubits**

Actualmente existen ordenadores con gran capacidad de cálculo a velocidad y fidelidad muy alta. Desde que se hacen los microchips, se han hecho mucho esfuerzo en descubrir materiales con propiedades tales que permitan reducir el

tamaño y amplificar el potencial de los dispositivos. Para aumentar el potencial se tienen que colocar más y más transistores en áreas que lo permitan (idealmente más pequeñas), esto implica mayor consumo de energía ya que el flujo de calor es mayor. Como es de esperar, la miniaturización de los transistores tendrá un límite, debido a que al sobrepasar este límite, los efectos cuánticos se harán notorios, y como consecuencia se obtendrán resultados no deseados. Debido a esto, la única opción para seguir aumentando el potencial de cálculo, es trabajar con una forma de computo que tenga en cuenta los estados cuánticos de la materia, a esto es lo que se le llama Computación Cuántica. Este tipo de computación tiene muchas ventajas en comparación con la computación clásica, una de ellas es la operación en paralelo de qubits (bits cuánticos), reversibilidad de las operaciones, e infinitos estados de almacenamiento de la información entre estados 1 y 0 del computador clásico [1]; de hecho la ventaja principal de las propiedades de la mecánica cuántica es el entrelazamiento cuántico, la cual es esencial para la computación porque posibilita la colocación de mayor información en los bits cuánticos que lo que es posible con los bits actuales. Por esto, en este proyecto el principal objetivo es obtener entrelazamiento cuántico en un sistema compuesto por dos subsistemas. Las herramientas necesarias para hacer operaciones sobre los estados, son las compuertas cuánticas la cual pueden ser de uno, dos o más qubits. El mayor impedimento para realizar este tipo de cómputo, es la decoherencia de los estados de la materia. Aquí se hace necesario que la coherencia de los estados del material que se está utilizando sea mayor al tiempo de operación de una operación de cómputo cuántico. Un buen candidato son los puntos cuánticos (QDs) que son materiales de estado sólido crecidos en laboratorio del orden de los nanómetros y la cual presentan altos tiempos de coherencia y características útiles para la fabricación de dispositivos. En este trabajo se realiza un estudio teórico de los posibles candidatos (como los QDs) para ser aplicados al campo de la información cuántica. Para esto, el trabajo se divide esencialmente en tres partes: la interacción de la luz con la materia, la coherencia del sistema y la dinámica de entrelazamiento de QDs en una cavidad de electrodinámica cuántica (QEDc). Los sistemas a considerar para producir entrelazamiento son: dos excitones de QDs de InAs/GaAs con campo coherente y promedio de fotones igual a cinco, dos excitones de QDs de InAs/GaAs con campo vacío, y dos espines de QDs de InAs/GaAs con campo vacío. El hamiltoniano utilizado para describir la interacción de la luz con los excitones es el de Jaynes-Cummings, mientras que con los spines se utilizará la descripción hamiltoniana producida por el acoplamiento Raman entre la banda de valencia y conducción teniendo en cuenta el modo de la cavidad y un campo externo debidamente polarizados. En este último juega un papel muy importante las reglas de transición debido a la conservación del momento angular y el acoplamiento spin-orbita. Para tener en cuenta los términos disipativos de los puntos cuánticos y los fotones de la cavidad, se hará uso la ecuación Máster (ecuación de movimiento del operador densidad con decoherencia), y dado que esta ecuación por lo general no tiene una solución exacta, se hace necesario utilizar métodos de aproximación o numéricos para poder resolverla. En nuestro caso se aplicara el método numérico de Euler, con la cual se reproduce datos



de las oscilaciones de Rabí (probabilidad en el tiempo de los estados del sistema). Con estos datos, se hacen graficas de estas oscilaciones y posteriormente se analizara la dinámica de entrelazamiento de los dos excitones y spin en el tiempo. Para esto es necesario involucrar conceptos de entropía estadística y por ende la entropía de Von Neumann y de Rényi. Estas entropías nos dará el grado de mezcla del sistema e intuición del entrelazamiento cuántico. Estas también, junto con las oscilaciones de Rabí, darán información del tiempo para la cual puede ser manipulado, antes que los estados se destruyan por la decoherencia del sistema. Aquí se trabaja principalmente en el modelo de la interacción de la mecánica cuántica, y tendrá como parámetro principal de análisis, el operador densidad del sistema. Por esto, se realizan capítulos que ayudaran al entendimiento de la dinámica del operador densidad en medios disipativos, y como puede ser utilizado para identificar el entrelazamiento. Cabe resaltar que se dará noción del hamiltoniano de cada sistema, la cual es el parámetro que produce la dinámica del operador densidad.

**Andrés Reyes** (Universidad de los Andes, Bogotá)

### **Canonical group quantization and self-adjoint generators of symmetries**

Canonical group quantization is a quantization method developed by C. Isham that makes use of tools from geometric quantization and from the theory of induced representations. It emphasizes greatly the role of canonical commutation relations, making it particularly appealing from the physical point of view. From the mathematical point of view, it involves the construction of suitable representations, as self-adjoint operators, of the infinitesimal generators of the so-called canonical group. In this talk I will discuss two recent applications of the method. The first one is of experimental relevance in the field of quantum optics. The second one is concerned with the problem of quantum indistinguishability and the connection between spin and statistics.

**Wilson Alexander Rojas Castillo** (Universidad Nacional de Colombia, Bogotá)

### **Termodinámica de un gas de fotones en la vecindad de una superficie de Schwarzschild**

Se consideran las correcciones gravitacionales, en el marco de la Teoría General de la Relatividad, de la termodinámica de la radiación electromagnética cerca a una superficie de Schwarzschild. En particular, se discute la noción de fotón con base en la descripción de partículas como aproximación a la termodinámica estadística de los campos, puesto que las longitudes de onda características son pequeñas comparadas con las escalas de longitud del sistema considerado.

Como una aplicación de los resultados obtenidos se revisa el artículo de Einstein de 1905 *¿em¿ Sobre un punto de vista heurístico concierne a la producción y transformación de la luz./em¿ Finalmente, entre otras propiedades termodinámicas de la radiación electromagnética, se muestra que la entropía del sistema considerado es consistente con el principio holográfico.*

In the context of the General Relativity Theory, gravitational corrections to the thermodynamics of electromagnetic radiation close to Schwarzschild surface are considered. In particular, we discuss the notion of photon by using particle description as an approach to the statistical thermodynamics of the fields, since characteristic wave lengths are small compared to other relevant length-scales in the regions of interest to us. We present a review of Einstein's paper *¿em¿ On a Heuristic Point of View Concerning the Production and Transformation of Light./em¿ Finally, besides other thermodynamic properties, we show that entropy considered in this paper is consistent with holographic principle.*

	Lunes	Martes	Miercoles	Jueves	Viernes
8:00 – 9:00	Registration				
9:00 – 10:00	G. M. Graf	G. M. Graf	G. M. Graf	G. M. Graf	G. M. Graf
10:00 – 11:00	O. Yamada	O. Yamada	O. Yamada	O. Yamada	O. Yamada
11:00 – 11:30	<i>Break</i>	<i>Break</i>	<i>Break</i>	<i>Break</i>	<i>Break</i>
11:30 – 12:30	S. Caccitori	S. Cacciatori	S. Cacciatori	S. Cacciatori	S. Cacciatori
12:30 – 14:00	<i>Break</i>	<i>Break</i>		<i>Break</i>	<i>Break</i>
14:00 – 15:00	A. Cardona	A. Cardona		A. Cardona	A. Cardona
15:00 – 15:30	C. Angulo	F. Dalla Piazza		A. Guarnizo	A. de la Barrera
15:30 – 16:00	<i>Break</i>	<i>Break</i>		<i>Break</i>	<i>Break</i>
16:00 – 16:30	L. Escobar	W. Rojas		C. Chacón	S. Pérez
16:30 – 17:00	A. Reyes	G. Lemoine		V. Peña	A. Botero
17:00 – 17:30					