Cálculo Vectorial - Taller

Universidad de los Andes - Departamento de Matemáticas

1. Calcule las siguientes integrales de linea:

   (a) $\int_\sigma \tan(y)dx + x\sec^2(y)dy$ donde σ es el segmente de $(1,0)$ a $(2,\pi/4)$.

   (b) $\int_\sigma (1-ye^{-x})dx + e^{-x}dy$ donde σ es el cuarto de círculo $x^2+y^2=4$, $x\geq 0$, $y\geq 0$, recorrido en sentido antihorario.

   (c) $\int_\sigma (4x^3y^2-2xy^3)dx+(2x^4y-3x^2y^2+4y^3)dy$ donde $\sigma(t)=(t+\sin(\pi t), 2t+\cos(\pi t))$, $0\leq t\leq 1$.

   (d) $\int_\sigma e^y dx + (xe^y+e^z)dy + ye^z dz$ donde σ es el segmento de $(0,2,0)$ a $(4,0,3)$.

   (e) $\int_\sigma \sin(y)dx + x\cos(y)dy - \sin(z)dz$ donde $\sigma(t)=(\cos(t),\sin(t),t)$, $0\leq t\leq \pi$.

2. Calcule las siguientes integrales de linea:

   (a) $\int_\sigma xy^2dx + 2x^2ydy$ donde σ es el triángulo con vértices $(0,0)$, $(2,4)$ y $(2,2)$ recorridos en ese orden.

   (b) $\int_\sigma (y+e^{\sqrt{x}}dx + (2x+\cos(y^2))dy$ donde σ es el borde de la región encerrada por la parábolas $y=x^2$ y $x=y^2$ recorrida en sentido antihorario.

   (c) $\int_\sigma y^3dx - x^3dy$ donde σ es el círculo $x^2+y^2=4$ recorrido en sentido antihorario.

   (d) $\int_\sigma xe^{-2x}dx+(x^4+2x^2y^2)dy$ donde $\sigma=\sigma_1+\sigma_2$, σ_1 es el círculo $x^2+y^2=4$ recorrido en sentido antihorario y σ_2 es el círculo $x^2+y^2=1$ recorrido en sentido horario.

3. Calcule las siguientes integrales de linea:

   (a) $\int_\sigma (x+y^2)dx + (y+z^2)dy + (z+x^2)dz$ donde σ es el triángulo con vértices $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ y $(0,0,1)$ recorridos en ese orden.

   (b) $\int_\sigma e^{-x}dx+e^xdy+e^zdz$ donde σ es el triángulo formado por la intersección del plano $2x+y+2z=2$ con los ejes coordenados recorrido de forma que visto desde arriba esté orientado en sentido antihorario.

   (c) $\int_\sigma yzdx+2xzdy+e^{xy}dz$ donde σ es la intersección del cilindro $x^2+y^2=16$ con el plano $z=5$ recorrido de forma que visto desde arriba esté orientado en sentido antihorario.

4. Calcule las integrales de flujo $\iint_{(S,\vec{n})} \nabla\times\vec{F}\cdot d\vec{S}$ donde

   (a) $\vec{F}(x,y,z)=[2y\cos(z), e^x\sin(z), xe^y]$, S es la semiesfera $x^2+y^2+z^2=9$, $z\geq 0$ y $\vec{n}$ es la normal apuntando hacia arriba.

   (b) $\vec{F}(x,y,z)=[xyz, xy, x^2yz]$, S es la superficie formada por todas las caras del cubo cuyos vértices son $(\pm1,\pm1,\pm1)$ salvo la cara inferior y $\vec{n}$ es la normal apuntando hacia el exterior del cubo.

5. Calcule las integrales de flujo $\iint_{(S,\vec{n})} \vec{F}\cdot d\vec{S}$ donde

   (a) $\vec{F}(x,y,z)=[x^2z^3, 2xyz^3, xz^4]$, S es la superficie formada por todas las caras del paralelepípedo rectangular cuyos vértices son $(\pm1,\pm2,\pm3)$ y $\vec{n}$ es la normal apuntando hacia el exterior.

   (b) $\vec{F}(x,y,z)=[xy\sin z, \cos(xz), y\cos(z)]$, S es el elipsoide $x^2/a^2+y^2/b^2+z^2/c^2=1$ y $\vec{n}$ es la normal apuntando hacia el exterior.