Cálculo Vectorial - Taller

Universidad de los Andes - Departamento de Matemáticas

1. Calcule las siguientes integrales de linea:
   (a) $\int_\sigma \tan(y)dx + x\sec^2(y)dy$ donde σ es el segmente de $(1,0)$ a $(2,\pi/4)$.
   (b) $\int_\sigma (1-ye^{-x})dx + e^{-x}dy$ donde σ es el cuarto de círculo $x^2+y^2=4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, recorrido en sentido antihorario.
   (c) $\int_\sigma (4x^3y^2-2xy^3)dx + (2x^4y-3x^2y^2+4y^3)dy$ donde $\sigma(t) = (t+\sin(\pi t), 2t+\cos(\pi t))$, $0 \leq t \leq 1$.
   (d) $\int_\sigma e^y dx + (xe^y+e^z)dy + ye^z dz$ donde σ es el segmento de $(0,2,0)$ a $(4,0,3)$.
   (e) $\int_\sigma \sin(y)dx + x\cos(y)dy - \sin(z)dz$ donde $\sigma(t) = (\cos(t), \sin(t), t)$, $0 \leq t \leq \pi$.

2. Calcule las siguientes integrales de linea:
   (a) $\int_\sigma xy^2dx + 2x^2ydy$ donde σ es el triángulo con vértices $(0,0)$, $(2,4)$ y $(2,2)$ recorridos en ese orden.
   (b) $\int_\sigma (y+e^(\sqrt{x})dx + (2x+\cos(y^2))dy$ donde σ es el borde de la región encerrada por la parábolas $y=x^2$ y $x=y^2$ recorrida en sentido antihorario.
   (c) $\int_\sigma y^3dx - x^3dy$ donde σ es el círculo $x^2+y^2=4$ recorrido en sentido antihorario.
   (d) $\int_\sigma xe^{-2x}dx + (x^4+2x^2y^2)dy$ donde $\sigma = \sigma_1+\sigma_2$, σ_1 es el círculo $x^2+y^2=4$ recorrido en sentido antihorario y σ_2 es el círculo $x^2+y^2=1$ recorrido en sentido horario.

3. Calcule las siguientes integrales de linea:
   (a) $\int_\sigma (x+y^2)dx + (y+z^2)dy + (z+x^2)dz$ donde σ es el triángulo con vértices $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ y $(0,0,1)$ recorridos en ese orden.
   (b) $\int_\sigma e^{-x}dx + e^x dy + e^z dz$ donde σ es el triángulo formado por la intersección del plano $2x+y+2z = 2$ con los ejes coordenados recorrido de forma que visto desde arriba esté orientado en sentido antihorario.
   (c) $\int_\sigma yzdx + 2xzdy + e^{xy}dz$ donde σ es la intersección del cilindro $x^2+y^2=16$ con el plano $z=5$ recorrido de forma que visto desde arriba esté orientado en sentido antihorario.

4. Calcule las integrales de flujo $\iint_{(S,\vec{n})} \nabla \times \vec{F} \cdot d\vec{S}$ donde
   (a) $\vec{F}(x,y,z) = [2y\cos(z), e^x\sin(z), xe^y]$, S es la semiesfera $x^2+y^2+z^2=9$, $z \geq 0$ y $\vec{n}$ es la normal apuntando hacia arriba.
   (b) $\vec{F}(x,y,z) = [xyz, xy, x^2yz]$, S es la superficie formada por todas las caras del cubo cuyos vértices son $(\pm1,\pm1,\pm1)$ salvo la cara inferior y $\vec{n}$ es la normal apuntando hacia el exterior del cubo.

5. Calcule las integrales de flujo $\iint_{(S,\vec{n})} \vec{F} \cdot d\vec{S}$ donde
   (a) $\vec{F}(x,y,z) = [x^2z^3, 2xyz^3, xz^4]$, S es la superficie formada por todas las caras del paralelepípedo rectangular cuyos vértices son $(\pm1,\pm2,\pm3)$ y $\vec{n}$ es la normal apuntando hacia el exterior.
   (b) $\vec{F}(x,y,z) = [xy\sin z, \cos(xz), y\cos(z)]$, S es el elipsoide $x^2/a^2+y^2/b^2+z^2/c^2=1$ y $\vec{n}$ es la normal apuntando hacia el exterior.