

Cálculo Vectorial - Parcial No. 1

Universidad de los Andes - Departamento de Matemáticas

miércoles, marzo 4 de 2020

Esto es un examen individual. No se permite el uso de ayudas de ningún tipo: calculadora, cuadernos, notas, aparatos electrónicos, celular, etc. Cualquier dispositivo electrónico (celulares, calculadoras, tabletas etc.) debe estar apagado y guardado durante el examen desde que entre al salón hasta que haya entregado el examen y salido del salón.

Importante: Para obtener el máximo puntaje en cada problema, además de tener la respuesta correcta, usted debe presentar de forma **clara y ordenada** el procedimiento **completo** que permite llegar a la respuesta.

Duración: 75 minutos - Máxima nota: 30 puntos

1. [4pts] Determine si los siguientes límites existen, y en dado caso calcúlelo

i) [2pts]

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

ii) [2pts]

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^6}$$

2. [4pts] Encuentre una ecuación del plano tangente a la superficie

$$x^2 - 2y^2 + z^2 + yz = 2$$

en el punto $(2, 1, -1)$.

3. [6pts] Hallar los puntos críticos de la función

$$f(x, y) = x^3 - 12xy + 8y^3$$

y determinar cuáles son máximos locales, mínimos locales o puntos sillas.

4. [10pts] Hallar el máximo y el mínimo de

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 2x - 2y + 25$$

en el conjunto $x^2 + y^2 \leq 4$.

5. [6pts] Sea C la curva descrita por intersección de las superficies

$$S_1 : x^2 = 2y \quad \text{y} \quad S_2 : 3z = xy.$$

- i) [3pts] Encuentre una parametrización $\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$, tal que $x(t) = t$, del pedazo de C que arranca en $(0, 0, 0)$ y termina en $(6, 18, 36)$.
- ii) [3pts] Calcule la longitud de arco del pedazo de C que arranca en $(0, 0, 0)$ y termina en $(6, 18, 36)$.