

# Álgebra Lineal 2 - Taller 9

Universidad de los Andes - Departamento de Matemáticas

1. Considere  $\mathbb{C}^4$  con el producto interno definido por

$$\langle (x_1, y_1, z_1, w_1); (x_2, y_2, z_2, w_2) \rangle = x_1\bar{x}_2 + y_1\bar{y}_2 + z_1\bar{z}_2 + w_1\bar{w}_2.$$

Sea  $f$  el operador de  $\mathbb{C}^4$  definido por

$$f(x, y, z, w) = \frac{1}{12}(11x - 3iy + iz + iw, 3ix + 3y + 3z + 3w, -ix + 3y + 5z + 5w, -ix + 3y + 5z + 5w).$$

- (a) Demuestre que  $f$  es una proyección ortogonal sobre un subespacio  $V_1$  de  $\mathbb{C}^4$ .  
(b) Encuentre una base ortonormal de  $V_1$  y del complemento ortogonal de  $V_1$ .
2. Considere  $\mathbb{C}^3$  con el producto interno definido por

$$\langle (x_1, y_1, z_1); (x_2, y_2, z_2) \rangle = x_1\bar{x}_2 + y_1\bar{y}_2 + z_1\bar{z}_2.$$

Sea  $f$  el operador de  $\mathbb{C}^3$  definido por

$$f(x, y, z) = (-x - iy - iz, ix - y + z, ix + y - z).$$

- (a) Encuentre una base ortonormal formada por vectores propios de  $f$  y la representación matricial de  $f$  respecto a esta base.  
(b) Escriba  $f$  como combinación lineal de proyecciones ortogonales sobre subespacios dos a dos ortogonales.