

Álgebra Lineal 2 - Taller 9

Universidad de los Andes - Departamento de Matemáticas

1. Considere \mathbb{R}^4 con el producto interno definido por

$$\langle (x_1, y_1, z_1, w_1); (x_2, y_2, z_2, w_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 + w_1w_2.$$

Sea f el operador de \mathbb{R}^4 definido por

$$f(x, y, z, w) = \frac{1}{4}(3x - y - z + w, -x + 3y - z + w, -x - y + 3z + w, x + y + z + 3w).$$

- (a) Demuestre que f es una proyección ortogonal sobre un subespacio V_1 de \mathbb{R}^4 .
(b) Encuentre una base ortonormal de V_1 y del complemento ortogonal de V_1 .
2. Considere \mathbb{R}^3 con el producto interno definido por

$$\langle (x_1, y_1, z_1); (x_2, y_2, z_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2.$$

Sea f el operador de \mathbb{R}^3 definido por

$$f(x, y, z) = (-x - y - z, -x - y + z, -x + y - z).$$

- (a) Encuentre una base ortonormal formada por vectores propios de f y la representación matricial de f respecto a esta base.
(b) Escriba f como combinación lineal de proyecciones ortogonales sobre subespacios dos a dos ortogonales.