Álgebra Lineal 2 - Taller 8

Universidad de los Andes - Departamento de Matemáticas

1. Considere $\mathbb{C}^4$ con el producto interno definido por

$$\langle (x_1, y_1, z_1, w_1); (x_2, y_2, z_2, w_2) \rangle = x_1\overline{x_2} + y_1\overline{y_2} + z_1\overline{z_2} + w_1\overline{w_2}.$$

   Sea f el operador de $\mathbb{C}^4$ definido por

$$f(x, y, z, w) = \frac{1}{6}(5x+(1+i)y+(1+i)z+iw, (1-i)x+4y-2z-(1+i)w, (1-i)x-2y+4z-(1+i)w, -ix-(1-i)y-(1-i)z+5w).$$

   (a) Demuestre que f es una proyección ortogonal sobre un subespacio V_1 de $\mathbb{C}^4$.

   (b) Encuentre una base ortonormal de V_1 y del complemento ortogonal de V_1.

2. Considere $\mathbb{C}^3$ con el producto interno definido por

$$\langle (x_1, y_1, z_1); (x_2, y_2, z_2) \rangle = x_1\overline{x_2} + y_1\overline{y_2} + z_1\overline{z_2}.$$

   Sea f el operador de $\mathbb{C}^3$ definido por

$$f(x, y, z) = \frac{1}{2}(-x - 2iy + z, 2ix + 2y + 2iz, x - 2iy - z).$$

   (a) Encuentre una base ortonormal formada por vectores propios de f y la representación matricial de f respecto a esta base.

   (b) Escriba f como combinación lineal de proyecciones ortogonales sobre subespacios dos a dos ortogonales.