Álgebra Lineal 2 - Taller 7

Universidad de los Andes - Departamento de Matemáticas

1. Considere $\mathbb{R}^4$ con el producto interno definido por

$$\langle (x_1, y_1, z_1, w_1); (x_2, y_2, z_2, w_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 + w_1w_2.$$

   Sea f el operador de $\mathbb{R}^4$ definido por

$$f(x, y, z, w) = \frac{1}{5}(2x - y + z + 2w, -x + 3y + 2z - w, x + 2y + 3z + w, 2x - y + z + 2w).$$

   (a) Demuestre que f es una proyección ortogonal sobre un subespacio V_1 de $\mathbb{R}^4$.

   (b) Encuentre una base ortonormal de V_1 y del complemento ortogonal de V_1.

2. Considere $\mathbb{R}^3$ con el producto interno definido por

$$\langle (x_1, y_1, z_1); (x_2, y_2, z_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2.$$

   Sea f el operador de $\mathbb{R}^3$ definido por

$$f(x, y, z) = (2x + 2y - z, 2x - y + 2z, -x + 2y + 2z).$$

   (a) Encuentre una base ortonormal formada por vectores propios de f y la representación matricial de f respecto a esta base.

   (b) Escriba f como combinación lineal de proyecciones ortogonales sobre subespacios dos a dos ortogonales.