Álgebra Lineal 2 - Taller 3

Universidad de los Andes - Departamento de Matemáticas

Encuetre la representación matricial de cada una de los siguientes operadores en la base indicada:

i) $f \in \mathrm{Hom}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{Q}^3, \mathbb{Q}^3)$ donde
$$f(x,y,z) = (3x - 3y - z, -y - 4z, 5x - 7y + 2z)$$
en la base canónica $\mathcal{C}$.

ii) $f \in \mathrm{Hom}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{Q}^4, \mathbb{Q}^4)$ donde
$$f(x,y,z,w) = (x - y + z + w, -x - y - z, 2x - y - 2z - w, 2x - y - z)$$
en la base canónica $\mathcal{C}$.

iii) $p_1 \in \mathrm{Hom}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{Q}^3, \mathbb{Q}^3)$ donde p_1 es la proyección sobre el subespacio $V_1 = \langle (1,0,1), (0,1,1) \rangle$ con núcleo $V_2 = \langle (1,1,0) \rangle$ en la base $\mathcal{B} = \{(1,0,1), (0,1,1), (1,1,0)\}$.

iv) $p_1 \in \mathrm{Hom}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{Q}^3, \mathbb{Q}^3)$ donde p_1 es la proyección sobre el subespacio $V_1 = \langle (1,0,1), (0,1,1) \rangle$ con núcleo $V_2 = \langle (1,1,0) \rangle$, en la base canónica $\mathcal{C}$.

v) $p_2 \in \mathrm{Hom}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{Q}^3, \mathbb{Q}^3)$ donde p_2 es la proyección sobre el subespacio $V_2 = \langle (1,1,0) \rangle$ con núcleo $V_1 = \langle (1,0,1), (0,1,1) \rangle$ en la base $\mathcal{B} = \{(1,0,1), (0,1,1), (1,1,0)\}$.

vi) $p_2 \in \mathrm{Hom}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{Q}^3, \mathbb{Q}^3)$ donde p_2 es la proyección sobre el subespacio $V_2 = \langle (1,1,0) \rangle$ con núcleo $V_1 = \langle (1,0,1), (0,1,1) \rangle$ en la base canónica $\mathcal{C}$.

vii) $p \in \mathrm{Hom}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{Q}^3, \mathbb{Q}^3)$ donde p es la proyección sobre el subespacio $V_1 = \langle (2,1,1) \rangle$ con núcleo $V_2 = \langle (1,2,1), (1,1,2) \rangle$ en la base canónica $\mathcal{C}$.

<u>Ejemplo</u>

Para construir en SageMath la matriz cuyas columnas son las coordenadas en la base canónica de los vectores v_1, v_2, v_3 donde
$$v_1 = (1,0,1), \quad v_2 = (0,1,1), \quad v_3 = (1,1,0)$$
ejecutamos:

```
sage: v1=vector(QQ,[1,0,1])
sage: v2=vector(QQ,[0,1,1])
sage: v3=vector(QQ,[1,1,0])
sage: A=column_matrix([v1,v2,v3])
```

o directamente:

```
sage: A=Matrix([[1,0,1],[0,1,1],[1,1,0]])
```

para calcular la inversa ejecutamos:

```
sage: A^(-1)
```

y podemos verificar multiplicándolas:

```
sage: A^(-1)*A
```