Álgebra Lineal 2 - Taller 3

Universidad de los Andes - Departamento de Matemáticas

Encuetre la representación matricial de cada una de los siguientes operadores en la base indicada:

i) $f \in \operatorname{Hom}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{Q}^3, \mathbb{Q}^3)$ donde

$$f(x, y, z) = (9x - 4z, 18x - y - 4z, \frac{15}{2}x - \frac{3}{2}y + z)$$

en la base canónica $\mathcal{C}$.

ii) $f \in \operatorname{Hom}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{Q}^4, \mathbb{Q}^4)$ donde

$$f(x, y, z, w) = (x - y + w, -x - z + 2w, 2x - y - z - w, 2x - y)$$

en la base canónica $\mathcal{C}$.

iii) $p_1 \in \operatorname{Hom}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{Q}^3, \mathbb{Q}^3)$ donde p_1 es la proyección sobre el subespacio $V_1 = \langle (1, 1, 1), (0, 1, 1) \rangle$ con núcleo $V_2 = \langle (0, 0, 1) \rangle$ en la base $\mathcal{B} = \{(1, 1, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 1)\}$.

iv) $p_1 \in \operatorname{Hom}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{Q}^3, \mathbb{Q}^3)$ donde p_1 es la proyección sobre el subespacio $V_1 = \langle (1, 1, 1), (0, 1, 1) \rangle$ con núcleo $V_2 = \langle (0, 0, 1) \rangle$, en la base canónica $\mathcal{C}$.

v) $p_1 \in \operatorname{Hom}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{Q}^3, \mathbb{Q}^3)$ donde p_1 es la proyección sobre el subespacio $V_2 = \langle (0, 0, 1) \rangle$ con núcleo $V_1 = \langle (1, 1, 1), (0, 1, 1) \rangle$ en la base $\mathcal{B} = \{(1, 1, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 1)\}$.

vi) $p_2 \in \operatorname{Hom}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{Q}^3, \mathbb{Q}^3)$ donde p_2 es la proyección sobre el subespacio $V_2 = \langle (0, 0, 1) \rangle$ con núcleo $V_1 = \langle (1, 1, 1), (0, 1, 1) \rangle$ en la base canónica $\mathcal{C}$.

vii) $p \in \operatorname{Hom}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{Q}^3, \mathbb{Q}^3)$ donde p es la proyección sobre el subespacio $V_1 = \langle (1, 5, 2) \rangle$ con núcleo $V_2 = \langle (2, 6, 3), (3, 7, 3) \rangle$ en la base canónica $\mathcal{C}$.

Ejemplo

Para construir en SageMath la matriz cuyas columnas son las coordenadas en la base canónica de los vectores v_1, v_2, v_3 donde

$$v_1 = (1, 1, 1), \quad v_2 = (0, 1, 1), \quad v_3 = (0, 0, 1)$$

ejecutamos:

```
sage: v1=vector(QQ,[1,1,1])
sage: v2=vector(QQ,[0,1,1])
sage: v3=vector(QQ,[0,0,1])
sage: A=column_matrix([v1,v2,v3])
```

o directamente:

```
sage: A=Matrix([[1,0,0],[1,1,0],[1,1,1]])
```

para calcular la inversa ejecutamos:

```
sage: A^(-1)
```

y podemos verificar multiplicándolas:

```
sage: A^(-1)*A
```