

Álgebra Lineal 2 - Taller 1

Universidad de los Andes - Departamento de Matemáticas

Para cada uno de las siguientes familias de polinomios $\{P_1(t), \dots, P_n(t)\} \subseteq \mathbb{Q}[t]$:

i) $P_1(t) = (t - 3)(t - 5)$, $P_2(t) = (t - 1)(t - 5)$, $P_3(t) = (t - 1)(t - 3)$

ii) $P_1(t) = (t - 3)$, $P_2(t) = (t - 1)^2$

iii) $P_1(t) = (t - 1)(t^2 - 2)$, $P_2(t) = (t + 1)(t^2 - 2)$, $P_3(t) = t^2 - 1$

iv) $P_1(t) = t^2 - 2t + 10$, $P_2(t) = t^2 - 2t + 2$

1. Encuentre el máximo común divisor $(P_1(t), \dots, P_n(t))$ en $\mathbb{Q}(t)$.
2. Encuentre polinomios $Q_1(t), \dots, Q_n(t) \in \mathbb{Q}[t]$ tales que

$$(P_1(t), \dots, P_n(t)) = Q_1(t)P_1(t) + \dots + Q_n(t)P_n(t).$$

Ejemplo

Para calcular con SageMath el caso $P_1(t) = t^3 + t - t - 1$, $P_2(t) = t^3 - t^2$, $P_3(t) = t^2 + t$ ejecutamos:

```
sage: t=PolynomialRing(RationalField(), 't').gen()
sage: P1=t^3+t-t-1
sage: P2=t^3-t^2
sage: P3=t^2+t
sage: d12,Q11,Q12=xgcd(P1,P2)
sage: d,Q21,Q3=xgcd(d12,P3)
sage: Q1=Q11*Q21
sage: Q2=Q12*Q21
```

Para ver explícitamente $Q_1(t)$, $Q_2(t)$ y $Q_3(t)$ factorizados ejecutamos:

```
sage: factor(Q1)
sage: factor(Q2)
sage: factor(Q3)
```