# Álgebra Lineal 2 - Taller 10

Universidad de los Andes - Departamento de Matemáticas

1. Considere $\mathbb{C}^4$ con el producto interno definido por

$$\langle (x_1, y_1, z_1, w_1); (x_2, y_2, z_2, w_2) \rangle = x_1\overline{x_2} + y_1\overline{y_2} + z_1\overline{z_2} + w_1\overline{w_2}.$$

   Sea $f$ el operador de $\mathbb{C}^4$ definido por

$$f(x, y, z, w) = \frac{1}{12}(11x - 3iy + iz + iw, 3ix + 3y + 3z + 3w, -ix + 3y + 5z + 5w, -ix + 3y + 5z + 5w).$$

   (a) Demuestre que $f$ es una proyección ortogonal sobre un subespacio $V_1$ de $\mathbb{C}^4$.

   (b) Encuentre una base ortonormal de $V_1$ y del complemento ortogonal de $V_1$.

2. Considere $\mathbb{C}^3$ con el producto interno definido por

$$\langle (x_1, y_1, z_1); (x_2, y_2, z_2) \rangle = x_1\overline{x_2} + y_1\overline{y_2} + z_1\overline{z_2}.$$

   Sea $f$ el operador de $\mathbb{C}^3$ definido por

$$f(x, y, z) = (-x - iy - iz, ix - y + z, ix + y - z).$$

   (a) Encuentre una base ortonormal formada por vectores propios de $f$ y la representación matricial de $f$ respecto a esta base.

   (b) Escriba $f$ como combinación lineal de proyecciones ortogonales sobre subespacios dos a dos ortogonales.