

Parcial II
MATE 1107

1. (20pts) Considere \mathbb{C}^4 con el producto hermitico definido por

$$\langle (x_1, y_1, z_1, w_1), (x_2, y_2, z_2, w_2) \rangle = x_1 \bar{x}_2 + y_1 \bar{y}_2 + z_1 \bar{z}_2 + w_1 \bar{w}_2.$$

Sea f el operador de \mathbb{C}^4 definido por

$$f(x, y, z, w) = \frac{1}{4}(3x+iy+z+iw, -ix+3y+iz-w, x-iy+3z-iw, -ix-y+iz+3w).$$

- a) (10pts) Demuestre que f es una proyección ortogonal sobre un subespacio V_1 de \mathbb{C}^4 .
- b) (10pts) Encuentre una base ortonormal de V_1 y el complemento ortogonal de V_1 .
2. (12.5pts) Demuestre el siguiente enunciado:

Sean V un espacio unitario de dimensión finita, f un operador de V y $T = \{u_1, \dots, u_n\}$ una base ortonormal de V . Entonces f es auto-adjunto si y solo si $\begin{bmatrix} f \end{bmatrix}_T$ es hermitica.