

Parcial I
MATE 1107

1. (20pts) Sea f el operador de \mathbb{Q}^4 definido por

$$f(x, y, z, w) = (-6x - 6y + 12z + 15w, 4y - 4w, -4x - 4y + 8z + 10w, y).$$

- a) (12pts) Encuentre una base de Jordan relativa a f y su representación matricial respecto a esta base. Justifique su procedimiento con propiedades vistas en clase. (Ayuda: 0 y 2 son valores propios de f .)
- b) (8pts) Describa en términos de la base canónica los operadores f_D y f_N de \mathbb{Q}^4 , respectivamente diagonalizable y nilpotente, que conmutan tales que $f = f_D + f_N$. Justifique su procedimiento con propiedades vistas en clase.

2. (12.5pts) Demuestre el siguiente enunciado:

Sea V un espacio vectorial y f un operador de V . Suponga que f es nilpotente de grado r , y $V \neq \{0\}$, entonces tenemos una cadena de contenencias estrictas

$$\{0\} < \ker(f) < \ker(f^2) < \dots < \ker(f^r) = V.$$