

# Geometría de formas diferenciales

Alexander Cardona

El curso tiene como objetivo estudiar la teoría de formas diferenciales sobre variedades, así como la geometría asociada a diferentes tipos de estructuras (definidas por tensores de diferentes tipos) sobre ellas y sus aplicaciones en topología. En la primera parte (semanas 1 a 10) se recordará la teoría local (en  $\mathbb{R}^n$ ) y la teoría general de variedades, campos vectoriales, y se estudiará el teorema de Frobenius. También se abordarán la cohomología de De Rham y los teoremas de Stokes y De Rham, así como los fundamentos de la teoría de grupos y álgebras de Lie. En la segunda parte (semanas 11 a 15) se estudiará la interacción entre análisis y topología ilustrada por la teoría de Hodge para variedades Riemannianas y, finalmente, la definición de curvatura y la construcción de clases características según el teorema de Chern-Weil. Las referencias principales serán los textos [1], [2] y [3].

## Parte I

**Semana 1.** Introducción: Campos vectoriales y formas diferenciales en  $\mathbb{R}^n$ .

*Parte I en [2].*

**Semana 2.** Variedades: Definición y ejemplos.

*Parte II en [2] y Secciones 1.2 a 1.11 en [3].*

**Semana 3.** El espacio tangente a una variedad y campos vectoriales.

*Parte III en [2] y Secciones 1.12 a 1.40 en [3].*

**Semana 4.** Teorema de Frobenius.

*Secciones 1.41 a 1.64 en [3] y sección 2.3 en [1].*

**Semana 5.** Grupos y álgebras de Lie.

*Parte IV en [2] y Secciones 3.1 a 3.26 en [3].*

**Semana 6.** Grupos y álgebras de Lie.

*Parte IV en [2] y Secciones 3.27 a 3.57 en [3].*

**Semana 7.** Tensores y formas diferenciales en variedades I.

*Secciones 2.1 y 2.23 en [3].*

**Semana 8.** Tensores y formas diferenciales en variedades II.

*Secciones 2.24 y 2.34 en [3] y Parte V en [2].*

**Semana 9.** Integración.

*Parte VI en [2].*

**Semana 10.** Teoría de De Rham I: Cohomología y Teorema de De Rham.

*Secciones 3.1, 3.2 y 3.3 en [1].*

**Semana 11.** Teoría de De Rham II: Sucesiones exactas, invarianza homotópica y aplicaciones.

*Parte VII en [2].*

Parte II

**Semana 12.** Estructuras Riemannianas sobre variedades.

*Secciones 4.1, 4.2 en [1].*

**Semana 13.** Teorema de Hodge y aplicaciones.

*Secciones 4.3, 4.4 en [1] y capítulo 6 en [3].*

**Semana 14.** Haces fibrados y conexiones: Definiciones y ejemplos.

*Capítulo 5 en [1].*

**Semana 15.** Curvatura y clases características: Teoría de Chern-Weil.

*Capítulo 5 en [1].*

**Evaluación.** Dos parciales 20% c/u, dos tareas 10% c/u, participación 10% y un examen final 30%.

## References

- [1] Morita, S. *Geometry of differential forms*. Translations of Mathematical Monographs, **201**. American Mathematical Society, Providence, RI, 2001.
- [2] Tu, L.W. *An introduction to manifolds*. Second edition. Universitext. Springer, New York, 2011.
- [3] Warner, F. *Foundations of differentiable manifolds and Lie groups*. Springer-Verlag, 1983.