

Este es un examen **individual**, no se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Recuerde apagar y guardar su teléfono celular. Toda respuesta debe estar **justificada** matemáticamente.
Tiempo máximo para esta parte del examen: 1 hora y 20 minutos.

Nombre: _____ Código: _____

1. Considere la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ y el cilindro $x^2 + y^2 = 2$ en \mathbb{R}^3 .

- i. Calcule el área de la superficie de la esfera que queda encerrada en el cilindro.
- ii. Calcule el volumen de la porción de la esfera que queda encerrada en el cilindro.

(8 puntos)

2. Calcule las siguientes integrales dobles:

i. $\int_0^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} e^{x^2+y^2} dx dy.$

ii. $\int_0^1 \int_0^{1-x} \cos(1-y)^2 dy dx.$

iii. $\iint_D e^{\frac{y-x}{y+x}} dA$, donde D es el triángulo en el plano con vértices $(0, 0)$, $(2, 0)$ y $(0, 2)$.

(12 puntos)

3. Considere la función $f(x, y) = xe^{yz} + xz$ y el campo vectorial $\vec{\mathbf{F}} = \vec{\nabla} f$, y considere la curva σ parametrizada por $\sigma(t) = \langle \cos t, -\sin t, \frac{t}{2\pi} \rangle$, para $t \in [0, 2\pi]$, y S la superficie del disco $x^2 + y^2 \leq 1$ en $z = 1$. Calcule las siguientes integrales:

i. $\int_{\sigma} f ds.$

ii. $\int_{\sigma} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{s}.$

iii. $\iint_S f dS.$

iv. $\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{S}.$

(10 puntos)