

Examen Final de **Cálculo Vectorial** MATE 1207**SELECCIÓN MÚLTIPLE** TEMA A Diciembre 6 de 2017

Éste es un examen individual, no se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Recuerde apagar y guardar su teléfono celular. Firme y entregue esta hoja junto con la hoja de respuestas. Tiempo máximo 30 minutos.

Nombre: _____ Código: _____

Preguntas de selección múltiple con respuesta única (10 preguntas)**Pregunta 1**

Sea D la parte del disco de radio 2 con centro en el origen en \mathbb{R}^2 tal que $y \geq 0$. La integral

$$\iint_D (x + 4y^2) dA,$$

expresada en coordenadas polares, es igual a

- A) $\int_0^{2\pi} \int_0^2 r (\cos \theta + 4r \sin^2 \theta) dr d\theta$
- B) $\int_0^\pi \int_0^2 r^2 (\cos \theta + 4r \sin^2 \theta) dr d\theta$
- C) $\int_0^\pi \int_0^2 r (\cos \theta + 4r \sin^2 \theta) dr d\theta$
- D) $\int_0^{2\pi} \int_0^2 r^2 (\cos \theta + 4r \sin^2 \theta) dr d\theta$

Pregunta 2

La curva de intersección de la superficie $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ con el plano yz en \mathbb{R}^3 es

- A) Una hipérbola
- B) Una parábola
- C) Una elipse
- D) Un par de rectas

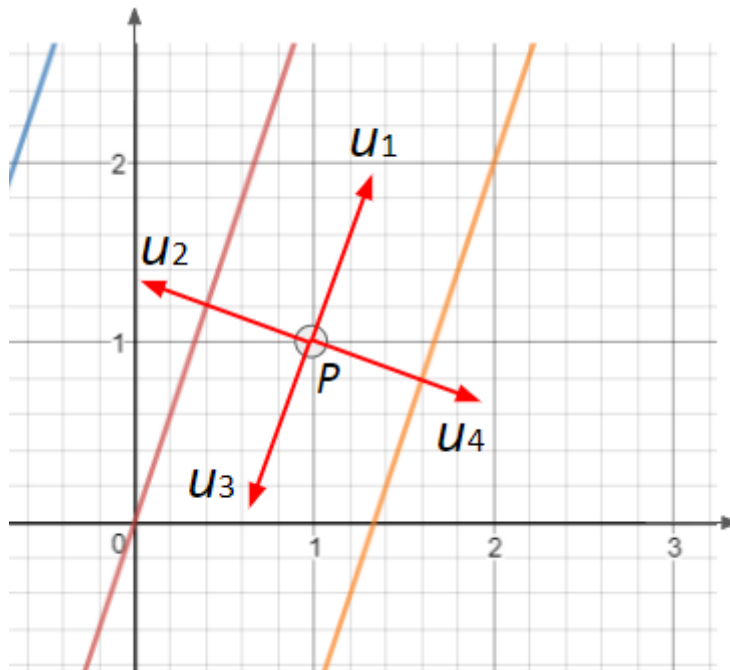
Pregunta 3

Sea $g(x, y)$ una función que no es constante sobre ninguna recta que pasa por el origen y suponga que $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} g(x, y) = 5$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) Si $(x + y)^2 \rightarrow 0$, entonces $g(x, y) \rightarrow 5$.
- B) Si $x^4 + y^4 \rightarrow 0$, entonces $g(x, y) \rightarrow 5$.
- C) Si $xy \rightarrow 0$, entonces $g(x, y) \rightarrow 5$.
- D) Si $x - y \rightarrow 0$, entonces $g(x, y) \rightarrow 5$.

Pregunta 4

Considere la función $f(x, y) = y - 3x$. La figura a continuación muestra un punto P y cuatro vectores unitarios u_1, u_2, u_3 y u_4 .



Figura

¿Cuál de los vectores unitarios u_1, u_2, u_3, u_4 indica la dirección de mayor incremento instantáneo de la función f en el punto P ?

- A) u_1
- B) u_2
- C) u_3
- D) u_4

Pregunta 5

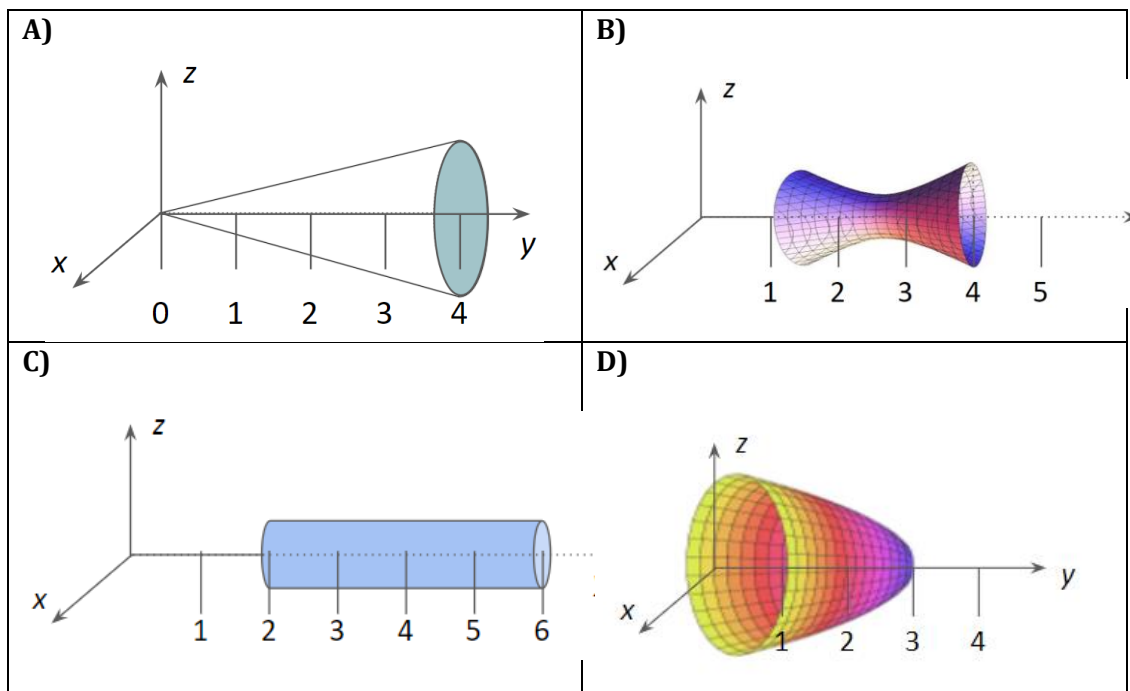
El ruido $R(x, y)$ (en decibeles) que se genera al revolver una cuchara en un tarro depende de la cantidad de agua x en el tarro (en litros) y de la velocidad y al girar la cuchara (en revoluciones por minuto, rpm).

¿Cuál de las siguientes afirmaciones interpreta correctamente la igualdad $\frac{\partial R}{\partial y}(2, 7) = 10$?

- A) Si la velocidad de la cuchara aumenta en 7 rpm y la cantidad de agua es igual a 2 litros, entonces el ruido aumentará aproximadamente en 10 decibeles.
- B) Si la velocidad de la cuchara es igual a 7 rpm y la cantidad de agua aumenta en 2 litros, entonces el ruido será aproximadamente igual a 10 decibeles.
- C) Si la cantidad de agua es de 2 litros y la velocidad de la cuchara es de 7 rpm, entonces aumentar la velocidad en 0.5 rpm hará que el ruido aumente aproximadamente en 5 decibeles.
- D) Si la cantidad de agua es de 2 litros y la velocidad de la cuchara es de 7 rpm, entonces aumentar la velocidad en 0.5 rpm hará que el ruido sea aproximadamente igual a 5 decibeles.

Pregunta 6

¿Cuál de los siguientes sólidos homogéneos en \mathbb{R}^3 tiene su centroide en el punto $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (0, 3, 0)$?



Pregunta 7

Si $f(x, y)$ es una función continua, entonces la integral $\int_{-3}^3 \int_x^3 f(x, y) dy dx$ es igual a

A) $\int_x^3 \int_{-3}^3 f(x, y) dx dy$

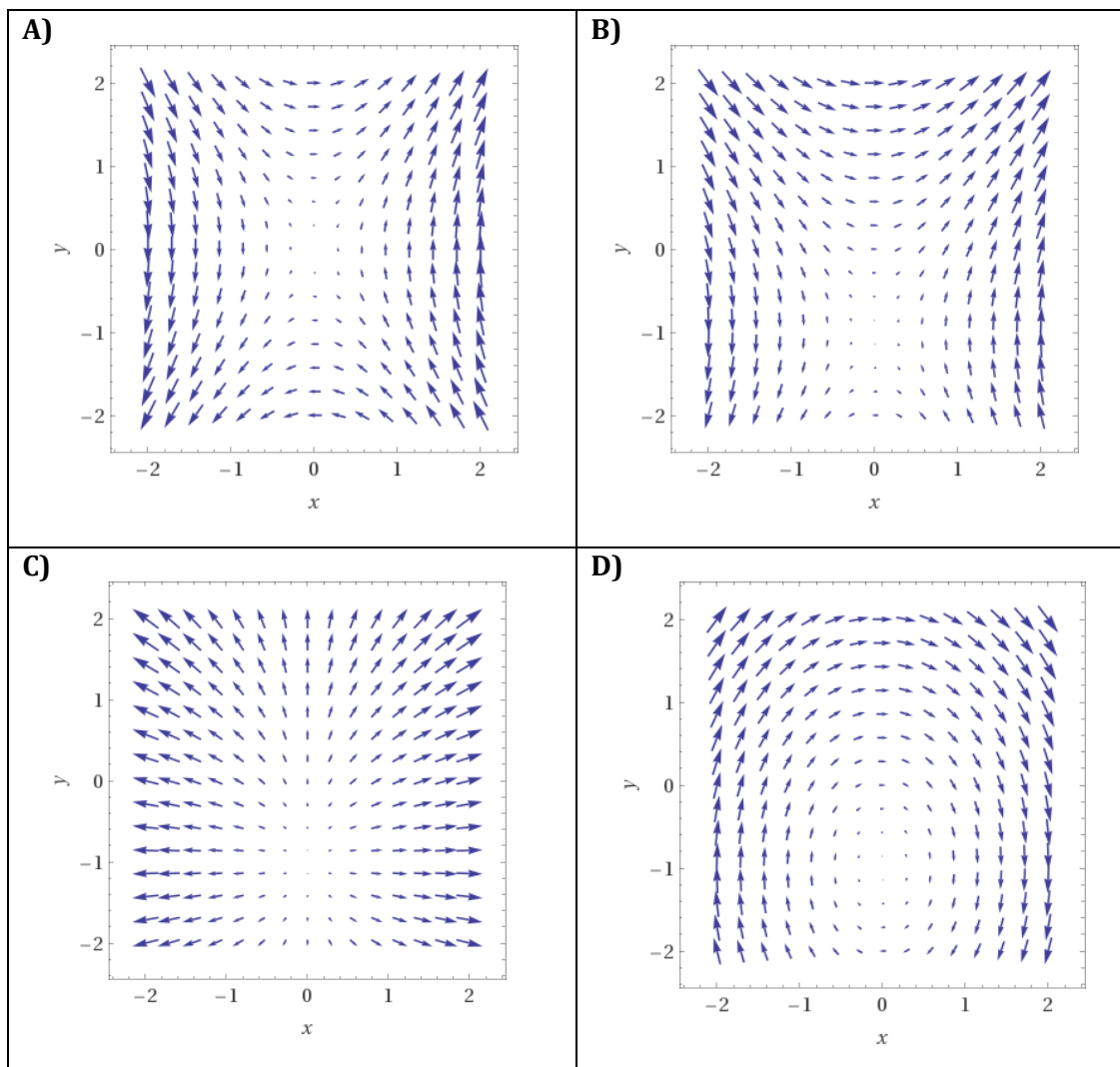
B) $\int_{-3}^3 \int_{-3}^3 f(x, y) dx dy$

C) $\int_{-3}^3 \int_{-3}^y f(x, y) dx dy$

D) $\int_{-3}^3 \int_y^3 f(x, y) dx dy$

Pregunta 8

¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde al campo vectorial en \mathbb{R}^2 dado por $G(x, y) = (2y + 2, 4x)$?



Pregunta 9

Considere las curvas C_1, C_2 y C_3 en \mathbb{R}^3 descritas por las funciones vectoriales dadas a continuación:

$$C_1: \alpha_1(t) = (1 + t, 2 + t, 3 + t), \text{ donde } 0 \leq t \leq 1.$$

$$C_2: \alpha_2(t) = (1 + 2t, 2 + 2t, 3 + 2t), \text{ donde } 0 \leq t \leq \frac{1}{2}.$$

$$C_3: \alpha_3(t) = (1 + t^2, 2 + t^2, 3 + t^2), \text{ donde } 0 \leq t \leq 1.$$

Si \mathbf{F} es un campo vectorial sobre \mathbb{R}^3 , sean

$$I_1 = \int_{C_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

$$I_2 = \int_{C_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

$$I_3 = \int_{C_3} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera para todo campo vectorial continuo \mathbf{F} ?

A) $I_1 = I_3$

B) $I_2 = I_3$

C) $I_1 = -I_2$

D) $I_1 = I_2$

Pregunta 10

Sea S la superficie cilíndrica $x^2 + y^2 = 4$, $0 \leq z \leq 1$, orientada con la normal exterior.

¿Para cuál de los siguientes campos vectoriales \mathbf{F} es $\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$, el flujo de \mathbf{F} a través de S , igual a cero?

A) $\mathbf{F}(x, y, z) = (0, 0, z)$

B) $\mathbf{F}(x, y, z) = (0, y, 0)$

C) $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, 0)$

D) $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, 0, z)$

Examen Final de **Cálculo Vectorial** MATE 1207**SELECCIÓN MÚLTIPLE** TEMA B Diciembre 6 de 2017

Éste es un examen individual, no se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Recuerde apagar y guardar su teléfono celular. Firme y entregue esta hoja junto con la hoja de respuestas. Tiempo máximo 30 minutos.

Nombre: _____ Código: _____

Preguntas de selección múltiple con única respuesta (10 preguntas)

1) Si $h(x, y)$ es una función continua, entonces la integral $\int_{-4}^4 \int_{-4}^y h(x, y) dx dy$ es igual a

A) $\int_x^4 \int_{-4}^4 h(x, y) dy dx$

B) $\int_{-4}^4 \int_{-4}^4 h(x, y) dy dx$

C) $\int_{-4}^4 \int_x^4 h(x, y) dy dx$

D) $\int_{-4}^4 \int_{-4}^x h(x, y) dy dx$

2) Sea c una constante tal que $c \neq 0$ y $c \neq 1$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera para cualquier función $f(x, y)$ continua en todo \mathbb{R}^2 tal que $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 2$?

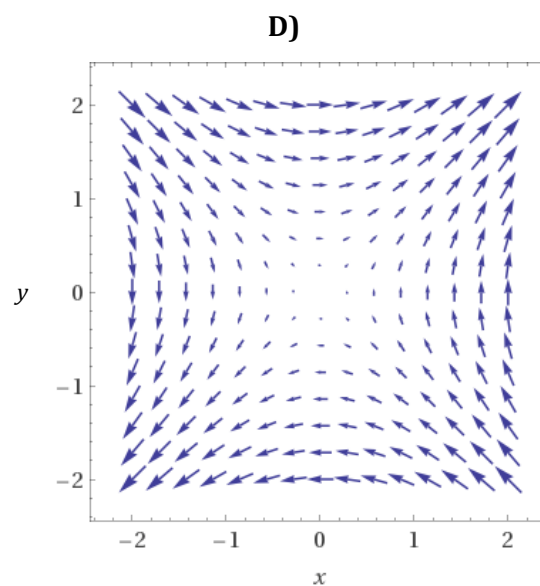
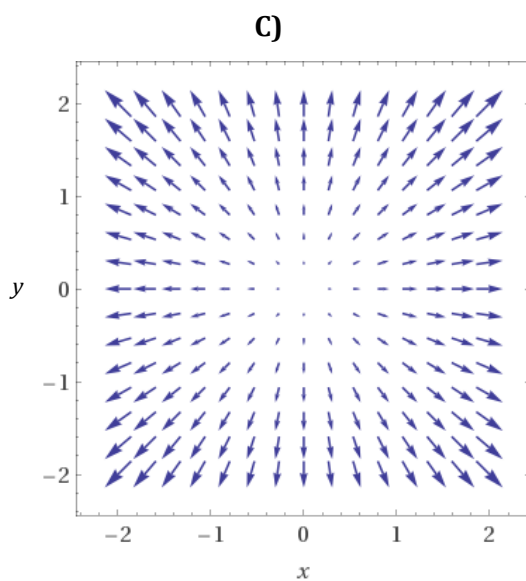
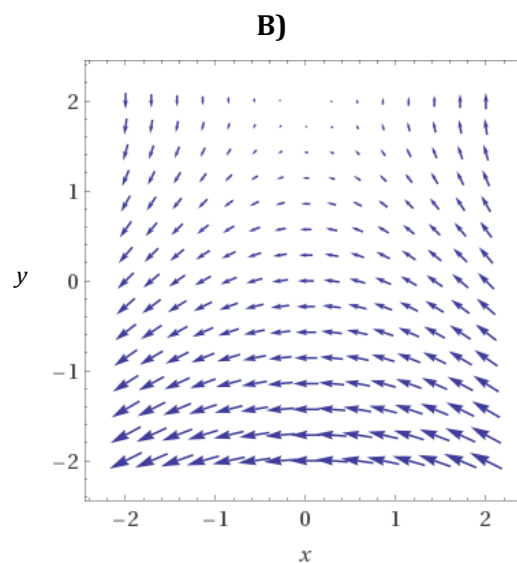
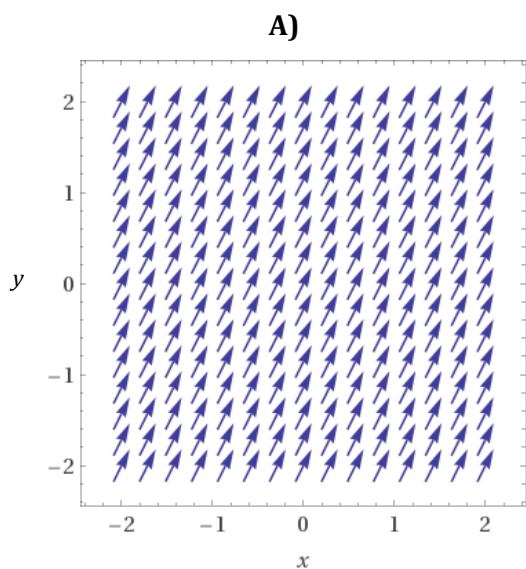
A) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} c \cdot f(cx, y) = 2c$

B) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} c \cdot f(cx, cy) = 2c^2$

C) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, c + y) = c + 2$

D) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(c + x, c + y) = c + 2$

3) ¿Cuál de las siguientes gráficas representa correctamente al campo vectorial en \mathbb{R}^2 dado por $F(x, y) = (2y - 4, 2x)$?



4) Sea S la superficie cilíndrica $x^2 + y^2 = 4$, $0 \leq z \leq 1$, orientada con la normal exterior. Observe que esta superficie **no** incluye ni la tapa superior ni la tapa inferior.

¿Para cuál de los siguientes campos vectoriales F se tiene que $\iint_S F \cdot dS$, el flujo de F a través de S , es igual a cero?

A) $F(x, y, z) = (x, y, 0)$

B) $F(x, y, z) = (0, y, 0)$

C) $F(x, y, z) = (x, 0, y)$

D) $F(x, y, z) = (0, 0, z)$

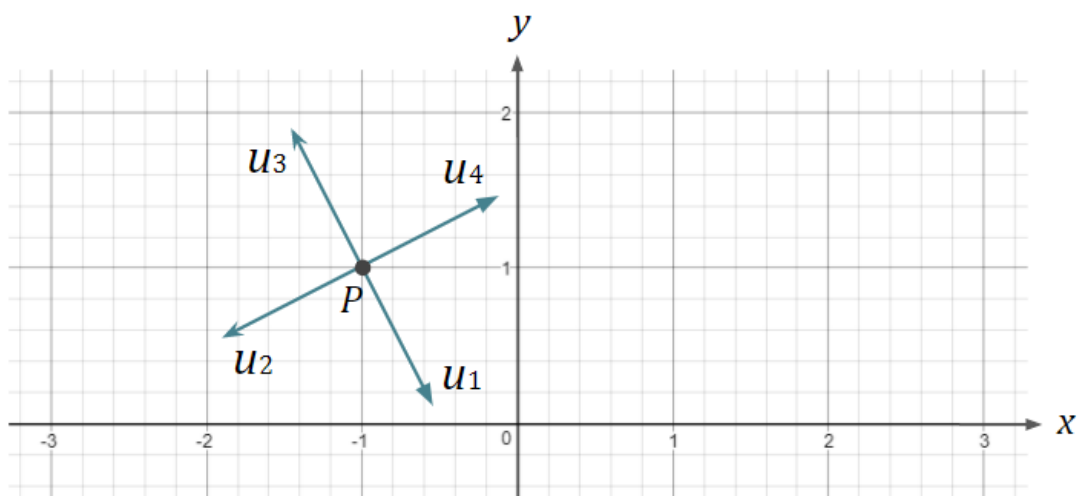
5) Sea D la parte del disco de radio 3 con centro en el origen en \mathbb{R}^2 tal que $y \geq 0$. La integral

$$\iint_D (x + 4y^2) dA,$$

expresada en coordenadas polares, es igual a

- A) $\int_0^\pi \int_0^3 r^2 (\cos \theta + 4r \sin^2 \theta) dr d\theta$
 B) $\int_0^\pi \int_0^3 r (\cos \theta + 4r \sin^2 \theta) dr d\theta$
 C) $\int_0^{2\pi} \int_0^3 r (\cos \theta + 4r \sin^2 \theta) dr d\theta$
 D) $\int_0^{2\pi} \int_0^3 r^2 (\cos \theta + 4r \sin^2 \theta) dr d\theta$

6) Considere la función $f(x, y) = y + 2x$. La figura a continuación muestra un punto P y cuatro vectores unitarios u_1, u_2, u_3 y u_4 .



Figura

¿Cuál de los vectores unitarios u_1, u_2, u_3, u_4 indica la dirección de mayor incremento instantáneo de la función f en el punto P ?

- A) u_1
 B) u_2
 C) u_3
 D) u_4

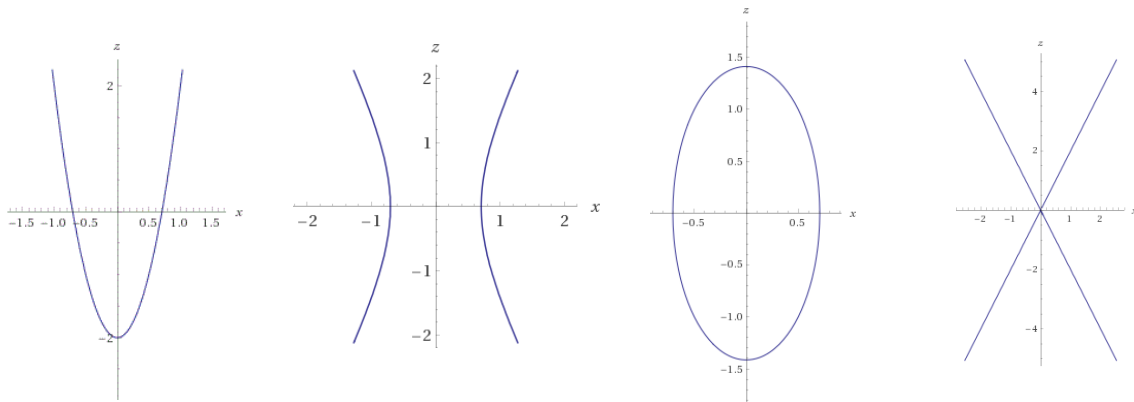
7) La curva de intersección de la superficie $4x^2 - y^2 + z^2 = 2$ con el plano xz en \mathbb{R}^3 es

A) Una parábola

B) Una hipérbola

C) Una elipse

D) Un par de rectas



8) Considere las curvas C_1, C_2 y C_3 en \mathbb{R}^2 descritas por las siguientes funciones vectoriales:

$$C_1: \alpha_1(t) = (1 - 2t, 0), \text{ donde } 0 \leq t \leq 1$$

$$C_2: \alpha_2(t) = (\cos t, \sin t), \text{ donde } 0 \leq t \leq \pi$$

$$C_3: \alpha_3(t) = (\cos 2t, \sin 2t), \text{ donde } 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

Si \mathbf{F} es un campo vectorial continuo sobre \mathbb{R}^2 , sean:

$$I_1 = \int_{C_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

$$I_2 = \int_{C_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

$$I_3 = \int_{C_3} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera para todo campo vectorial continuo \mathbf{F} ?

A) $I_1 = I_2$

B) $I_1 = -I_2$

C) $I_2 = I_3$

D) $I_2 = -I_3$

9) El ruido $R(x, v)$ (en decibeles) que se genera al revolver una cuchara en un tarro depende de la cantidad de agua x en el tarro (en litros) y de la rapidez angular v al girar la cuchara (en revoluciones por minuto, rpm).

¿Cuál de las siguientes afirmaciones interpreta correctamente la igualdad $\frac{\partial R}{\partial v}(2, 7) = 10$?

A) Si la cantidad de agua es de 2 litros y la rapidez angular de la cuchara es de 7 rpm, entonces aumentar la rapidez angular en 0.5 rpm hará que el ruido aumente aproximadamente en 5 decibeles.

B) Si la cantidad de agua es de 2 litros y la rapidez angular de la cuchara es de 7 rpm, entonces aumentar la rapidez angular en 0.5 rpm hará que el ruido sea aproximadamente igual a 5 decibeles.

C) Si la rapidez angular de la cuchara aumenta en 7 rpm y la cantidad de agua es igual a 2 litros, entonces el ruido aumentará aproximadamente en 10 decibeles.

D) Si la rapidez angular de la cuchara es igual a 7 rpm y la cantidad de agua aumenta en 2 litros, entonces el ruido será aproximadamente igual a 10 decibeles.

10) ¿Cuál de los siguientes sólidos en \mathbb{R}^3 con densidad constante tiene su centroide en el punto $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (0, 0, 1)$?

