

# Dualidad de Gelfand para campos disconexos

Sebastián Rodríguez, Universidad de los Andes

La dualidad de Gelfand establece una correspondencia entre espacios compactos de Hausdorff y  $C^*$ -álgebras conmutativas, a través de los funtores que asocian a un espacio compacto  $X$  el álgebra de funciones continuas  $C(X, \mathbb{C})$ , y a una  $C^*$ -álgebra conmutativa  $A$  su espectro maximal  $\text{Max}(A)$ , respectivamente. Esta dualidad revela un conexión profunda entre la topología y el álgebra, la cual no sólo se limita a los números complejos.

Este fenómeno se generaliza a cualquier campo topológico  $F$ . En este contexto más general, la dualidad, definida mediante funtores análogos, relaciona la categoría de espacios compactos  $F$ -Tychonoff,  $\text{KH}_F$ , y la categoría de álgebras de funciones continuas con valores en  $F$  sobre estos espacios,  $\text{CAlg}_F$  [3].

Por el lado topológico, los espacios compactos  $F$ -Tychonoff son bien conocidos para la mayoría de campos topológicos. Sin embargo, poco se sabe de la categoría de álgebras de funciones continuas fuera del caso de campos con valor absoluto, donde tenemos el teorema de Gelfand-Naimark, para los casos real y complejo, y el teorema de Van der Put, para el caso no arquimediano.

En esta charla daremos una caracterización puramente algebraica de las álgebras de funciones continuas cuando  $F$  es un campo disconexo [2] que generaliza el teorema de Van der Put. Además, presentaremos algunas de las propiedades claves de estas álgebras y su implicación en la dualidad.

## Referencias

- [1] Xavier Caicedo and Guillermo Mantilla-Soler. On a characterization of path connected topological fields. *J. Pure Appl. Algebra*, 223(12):5279–5284, 2019.
- [2] Sebastian Rodriguez. Generalizaciones de la dualidad de gelfand. Tesis de pregrado, Universidad de los Andes, 2022.
- [3] E. M. Vechtomov. Rings of continuous functions with values in a topological division ring. *Journal of Mathematical Sciences*, 78(6):702–753, 1996.
- [4] Witold Więśław. *Topological fields*, volume 119 of *Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics*. Marcel Dekker, Inc., New York, 1988.