

Lógicas Modales Multivaluadas para razonar con información incierta e imprecisa

Ricardo O. Rodriguez,
UBA-FCEyN. Computer Science Department.
UBA-CONICET. Computer Science Institute. Argentina.

Las lógicas modales son formalismos bien conocidos que permiten modelar razonamiento que involucren nociones como necesidad, creencia, incertidumbre, conocimiento, similitud, obligación, tiempo, etc.. Por otro lado, las lógicas multivaluadas, bajo el paraguas de la llamada lógica difusa (en el sentido de Hájek [11]), aparecen como marcos lógicos adecuados para formalizar el razonamiento con propiedades graduales, es decir, nociones cuya satisfacción es una cuestión de grado de verdad. Por lo tanto, si se está interesado en combinar el razonamiento que involucra tanto gradualidad con algún tipo de modalidades, es necesario estudiar los sistemas de lógica modal multivaluadas. En esta charla, examinaremos varias familias de lógicas modales multivaluadas de diferente naturaleza que se han propuesto en la literatura para razonar sobre diferentes modelos de incertidumbre en el sentido de creencia graduada [10] y sobre preferencias [13], tanto cualitativa como cuantitativamente.

En particular, nos centramos en las lógicas modales multivaluadas que siguen un enfoque más tradicional, iniciado en los trabajos pioneros de Fitting [8, 9], con un lenguaje proposicional ampliado con operadores modales y con semántica de estilo Kripke, donde las interpretaciones sobre los mundos posibles y la relación de accesibilidad son multivaluadas. Veremos como ejemplos los sistemas propuesto en [1, 4]. Estos sistemas son relativamente sencillos de axiomatizar y, además, permiten tanto modalidades anidadas como fórmulas proposicionales y modales mixtas.

Ejemplos más representativos de estos sistemas son las lógicas bimodales de Caicedo y Rodriguez construidas sobre la de Gödel-[0,1] ([5]). En [6] se considera una semántica alternativa para estas lógicas que permite mostrar la propiedad de modelo finito de ellas. En esa misma línea de trabajo en [7] se establece una correspondencia entre fragmentos de una variable de lógicas intermedias (de primer orden) definidas sobre un marco lineal contable fijo y lógicas modales de Gödel. Además, como una generalización de esos resultados, recientemente se ha demostrado que una extensión similar a KD45 es adecuada para razonar sobre la incertidumbre posibilista [12]. Otros ejemplos interesantes son las lógicas modales n -Lukasiewicz estudiadas por Busaniche et al. en [2] y [3]. Finalmente, discutiremos diferentes sistemas en este contexto, así como algunos resultados negativos recientes de Vidal sobre la no axiomatizabilidad de las lógicas modales basadas en ciertas lógicas de valores múltiples [14].

References

- [1] F. Bou, F. Esteva, L. Godo, R. Rodriguez. On the Minimum Many-Valued Modal Logic over a Finite Residuated Lattice. *Journal of Logic and Computation*, vol. 21, issue 5, pp. 739-790, 2011.
- [2] M. Busaniche, P. Cordero, and R.O. Rodriguez. Algebraic Semantics for the Minimum Many-Valued Modal Logic over Ln. FS&S. 2022.
- [3] M. Busaniche, P. Cordero, M. Marcos, and R.O. Rodriguez. An algebraic semantics for possibilistic finite-valued Lukasiewicz logic. *International Journal Approximate Reasoning*. Volume 159, 2023.
- [4] X. Caicedo and R. Rodriguez, Standard Gödel modal logics. *Studia Logica*, Volume94, pages 180-214, 2010.
- [5] X. Caicedo and R. Rodriguez, Bi-modal Gödel modal logics. *Journal of Logic and Computation*, Volume 25-1, pages 37-55, 2015.
- [6] X. Caicedo, G. Metcalfe, R. Rodriguez and J. Rogger. A Finite Model Property for Gödel Modal Logics. In Proc. of WOLLIC 2013, L. Libkin et al. (eds.), *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 8071, pp. 226–237, 2013.
- [7] X. Caicedo, G. Metcalfe, R. Rodriguez and O. Tuyt. One-variable fragments of intermediate logics over linear frames. Special Issue: Selected Papers from WoLLIC 2019, the 26th Workshop on Logic, Language, Information and Computation. vol. 287, pp. 104755, 2022.
- [8] M. Fitting. Many-valued modal logics. *Fundamenta Informaticae* 15 (1991) 325-254.
- [9] M. Fitting. Many-valued modal logics II, *Fundamenta Informaticae*, 17 (1992), pp. 55–73.
- [10] L. Godo, P. Hájek, F. Esteva. A Fuzzy Modal Logic for Belief Functions. *Fundamenta Informaticae* 57(2-4): 127-146, 2003
- [11] P. Cintula, P. Hájek, C. Noguera, C. Fermüller, (eds.). *Handbook of Mathematical Fuzzy Logic volumes 1, 2 and 3*. *Studies in Logic, Mathematical Logic and Foundations*, vol. 37, 38, 58, College Publications, London, 2011, 2016.
- [12] R. Rodriguez, O. Tuyt, F. Esteva, L. Godo: Simplified Kripke Semantics for K45-Like Gödel Modal Logics and Its Axiomatic Extensions. *Stud Logica* 110(4): 1081-1114, 2022.
- [13] A. Vidal, F. Esteva, L. Godo. Axiomatizing logics of fuzzy preferences using graded modalities. *Fuzzy Sets Syst.* 401: 163-188, 2020.
- [14] A. Vidal. Undecidability and non-axiomatizability of modal many-valued logics. *The Journal of Symbolic Logic*, 2022.