

Temas examen de área: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Departamento de Matemáticas

Universidad de los Andes, 2014

1. MEDIDA E INTEGRACIÓN:

Medida: Definiciones básicas, σ -álgebras. σ -álgebra de Borel. Espacios medibles. Espacios de probabilidad. Extensión de medidas. Medida de Lebesgue. Propiedades básicas de la medida de Lebesgue.

Integración: Funciones medibles. Integración de funciones positivas: Teorema de Convergencia Monótona. Lema de Fatou. Integración de funciones complejas: Teorema de Convergencia Dominada. Relación con la integral de Riemann. Aproximación de funciones medibles.

Medidas Producto: Medida multidimensional. Sigma-álgebra producto. Construcción de la medida producto. Teorema de Fubini.

Medidas Signadas: Variación total de una medida real: descomposición de Jordan. Continuidad absoluta. Singularidad. Teorema de Radon-Nikodym.

2. PROBABILIDAD

Espacios de probabilidad. Variables aleatorias. Distribución de una variable aleatoria. Independencia de una familia de eventos. Independencia de variables aleatorias. Funciones de distribución finito-dimensionales. La ley 0-1 de Kolmogorov. Lema de Borel-Cantelli. Valor esperado de variables aleatorias. Ley débil de los grandes números. Convergencias de variables aleatorias. El teorema de Portmanteau. Ley fuerte de los grandes números y algunas de sus aplicaciones. Criterios de convergencia de series de variables aleatorias independientes. Funciones características. Teorema central del límite para variables aleatorias independientes e igualmente distribuidas. El valor esperado condicional y sus propiedades.

3. PROCESOS ESTOCÁSTICOS

Conceptos Básicos de Procesos Estocásticos. Martingalas. Procesos de Markov. Definición y ejemplos. La propiedad de Markov. Cadenas recurrentes y transientes. Medidas estacionarias. Teoría asintótica. Teorema ergódico. Procesos Puntuales. Los procesos de Lévy. Definición y construcción del movimiento Browniano. Comportamiento local de trayectorias Brownianas. Martingalas asociadas al movimiento Browniano. Teorema de Donsker y convergencia al movimiento Browniano.

4. ESTADÍSTICA MATEMÁTICA

Estimadores y sus propiedades: Estimador insesgado. Convergencia en probabilidad. Consistencia, eficiencia, eficiencia relativa. Distribuciones de probabilidad asociadas a la normal. Intervalos de confianza. Pruebas de hipótesis. Pruebas chi-cuadrado y bondad de ajuste. Tablas de contingencia. Estimador de Máxima Verosimilitud y sus propiedades. Estimador de momentos. Suficiencia.

Teorema de Rao-Blacwell. Ajuste del Modelo Lineal Simple. Ajuste matricial del Modelo Lineal Múltiple. Teorema de Gauss-Markov. Intervalos de Confianza para los parámetros de un modelo lineal. Intervalo de confianza de predicción de una observación futura en el modelo lineal. Anova de una vía.

BIBLIOGRAFÍA:

- Royden, H.L. Real Analysis. The Macmillan Company, New York, 1968.
- Rudin, W. Real and Complex Analysis. McGraw Hill, 1987.
- Billingsley, P. Probability and Measure. Wiley, 1995.
- Dudley, R. M. Real Analysis and Probability, Cambridge University Press, 2003.
- Resnick, S.I. Adventures in Stochastic Processes, Birkhauser, 1994.
- Williams, D. Probability with Martingalas, Cambridge, 1999
- Jacod, J. and Protter, P. Probability Essentials, Springer. 2000.
- Hogg, R. V., McKean, J. W. y Craig, A. T. Introduction to Mathematical Statistics. 6th edition. Pearson-Prentice Hall. 2005.
- DeGroot, M. H. y Schervish, M. J. Probability and Statistics. Addison-Wesley, 2002.
- Casella, G. Y Berger, R. L. Statistical Inference, 2nd edition. Duxbury. 2001.

